

На правах рукописи

**Соловьев Александр Сергеевич**

**МИКРОСКОПИЧЕСКОЕ ОПИСАНИЕ  
ПРОЦЕССА РАДИАЦИОННОГО ЗАХВАТА  
В ЯДЕРНЫХ КЛАСТЕРНЫХ СИСТЕМАХ**

Специальность 01.04.16 –  
“Физика атомного ядра и элементарных частиц”

**АВТОРЕФЕРАТ**  
диссертации на соискание ученой степени  
кандидата физико-математических наук

Москва – 2014

Работа выполнена в Центре фундаментальных и прикладных исследований Федерального государственного унитарного предприятия “Всероссийский научно-исследовательский институт автоматики имени Н.Л. Духова”, г. Москва.

**Научный руководитель:**

Игашов Сергей Юрьевич, кандидат физико-математических наук, ведущий научный сотрудник Центра фундаментальных и прикладных исследований Федерального государственного унитарного предприятия “Всероссийский научно-исследовательский институт автоматики имени Н.Л. Духова”, г. Москва.

**Официальные оппоненты:**

Ворончев Виктор Тихонович, доктор физико-математических наук, ведущий научный сотрудник отдела космофизических исследований Научно-исследовательского института ядерной физики имени Д.В. Скобельцына Федерального государственного бюджетного образовательного учреждения высшего образования “Московский государственный университет имени М.В. Ломоносова”, г. Москва.

Узиков Юрий Николаевич, доктор физико-математических наук, доцент, ведущий научный сотрудник Лаборатории ядерных проблем Объединенного института ядерных исследований, г. Дубна.

**Ведущая организация:**

Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение высшего профессионального образования “Воронежский государственный университет”, г. Воронеж.

Защита диссертации состоится “\_\_\_\_\_” \_\_\_\_\_ 20\_\_ г. в \_\_\_\_\_ на заседании диссертационного совета Д 501.001.77 на базе Московского государственного университета имени М.В. Ломоносова по адресу: 119991, г. Москва, ул. Ленинские горы, д. 1, стр. 5 (19-й корпус НИИЯФ МГУ), ауд. 2-15.

С диссертацией можно ознакомиться в Фундаментальной библиотеке Московского государственного университета имени М.В. Ломоносова по адресу: 119192, г. Москва, Ломоносовский просп., д. 27.

Автореферат разослан “\_\_\_\_\_” \_\_\_\_\_ 20\_\_ г.

**Ученый секретарь**

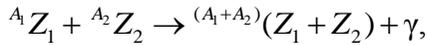
диссертационного совета Д 501.001.77,  
доктор физико-математических наук,  
профессор

С.И. Страхова

## Общая характеристика работы

### Актуальность темы

В настоящее время одной из бурно развивающихся областей науки является ядерная астрофизика, изучающая ядерные процессы, протекающие в различных космических объектах и явлениях, в том числе ядерные реакции, которые происходили на дозвездной стадии развития Вселенной. Особое место в ядерной астрофизике занимают реакции радиационного захвата в системах легких ядер



где  $A_1$ ,  $A_2$  и  $Z_1$ ,  $Z_2$  – массовые и зарядовые числа сталкивающихся ядер соответственно. Астрофизические  $S$ -факторы этих реакций при низких энергиях необходимы для изучения кинетики процессов внутри звезд, первичного нуклеосинтеза, а также для верификации моделей эволюции звезд и развития Вселенной.

Примерами реакций радиационного захвата, интерес к которым возник достаточно давно и не угасает по сей день, являются зеркальные реакции  ${}^3\text{He}(\alpha, \gamma){}^7\text{Be}$  и  ${}^3\text{H}(\alpha, \gamma){}^7\text{Li}$ . Обе реакции очень важны для решения проблем, касающихся первичного нуклеосинтеза. Кроме того, реакция  ${}^3\text{He}(\alpha, \gamma){}^7\text{Be}$  представляет значительный интерес в исследованиях кинетики солнечного коры. Астрофизические  $S$ -факторы этих реакций при низких энергиях оказываются недоступными для надежных экспериментальных измерений. При этом в области энергий, доступных для измерений, между экспериментальными данными имеется явное расхождение (см. рисунки 2 и 5). В сложившейся ситуации наиболее обоснованным и перспективным способом определения  $S$ -факторов при низких энергиях являются теоретические расчеты на основе надежных микроскопических ядерных моделей, оттестированные путем сравнения с результатами наиболее достоверных и точных измерений в доступной для эксперимента области.

Имеющиеся теоретические расчеты астрофизических  $S$ -факторов реакций  ${}^3\text{He}(\alpha, \gamma){}^7\text{Be}$  и  ${}^3\text{H}(\alpha, \gamma){}^7\text{Li}$  базируются на самых разных подходах с различными ядерными потенциалами, среди которых следует особо отметить метод резонирующих групп (МРГ). МРГ представляет собой одну из наиболее последовательных микроскопических реализаций кластерной модели. Использование полностью антисимметризованных волновых функций (точный учет принципа Паули), исключение движения общего центра масс (точный учет трансляционной инвариантности системы) и описание на единой основе состояний дискретного и непрерывного спектров ядерной системы являются несомненными достоинствами МРГ.

Большинство расчетов астрофизических  $S$ -факторов реакций  ${}^3\text{He}(\alpha, \gamma){}^7\text{Be}$  и  ${}^3\text{H}(\alpha, \gamma){}^7\text{Li}$  находятся в разногласии друг с другом и не дают разумного описания наиболее современных и точных экспериментальных данных. По этой причине микроскопические теоретические исследования данных зеркальных реакций сохраняют свою острую актуальность.

Одним из развивающихся и перспективных вариантов реализации МРГ является его алгебраическая версия (АВМРГ), основанная на разложении волновой функции относительного движения ядер (кластеров) по базису осцилляторных функций (собственных волновых функций трехмерного гармонического осциллятора). Неизвестными в таком подходе выступают коэффициенты разложения, которые удовлетворяют системе линейных алгебраических уравнений с точно учтенными граничными условиями, вытекающей из проектированного уравнения Шредингера. АВМРГ, в значительной мере, основывается на аналитическом формализме. Кроме того, ее численная реализация содержит математические операции, основанные на достаточно простых и надежных численных методах, что позволяет избежать весьма сложной вычислительной задачи нахождения решений интегро-дифференциальных уравнений, характерных, например, для МРГ, и громоздкого численного счета.

Многочисленные расчеты различных величин для ядерных систем подтверждают высокую эффективность АВМРГ. В целом, специфика АВМРГ открывает перспективы ее применения для достаточно широкого класса реакций, включающего реакции радиационного захвата, и диапазона энергий, охватывающего и область сверхнизких энергий. Однако, возможности АВМРГ применительно к описанию радиационного захвата до сих пор остаются неисследованными и их изучение также представляется весьма актуальным.

### **Цель диссертации**

Целью диссертации является построение основанного на АВМРГ микроскопического подхода к описанию радиационного захвата в системе легких ядер, рассмотрение в рамках данного подхода зеркальных реакций  ${}^3\text{He}(\alpha, \gamma){}^7\text{Be}$ ,  ${}^3\text{H}(\alpha, \gamma){}^7\text{Li}$  и вычисление их астрофизических  $S$ -факторов и коэффициентов ветвления в области низких и средних энергий.

### **Основные научные результаты и положения, выносимые на публичную защиту диссертации:**

1. Впервые получены явные аналитические выражения для матричных элементов наиболее важных электрических дипольного, квадрупольного и магнитного дипольного операторов в базисе волновых функций АВМРГ для семинуклонных систем  ${}^4\text{He} + {}^3\text{He}$  и  ${}^4\text{He} + {}^3\text{H}$ . Показано, что для обеих систем матрицы соответствующих операторов в осцилляторном представлении имеют двухдиагональный, трехдиагональный и диагональный вид по числу осцилляторных квантов, создающий значительные удобства при вычислении астрофизических  $S$ -факторов реакций радиационного захвата в этих кластерных системах.
2. Впервые в рамках АВМРГ вычислены парциальные и суммарный астрофизические  $S$ -факторы, а также коэффициент ветвления реакции радиационного захвата  ${}^3\text{He}(\alpha, \gamma){}^7\text{Be}$  при низких и

средних энергиях. Интерпретированы экспериментальные данные по этим величинам во всем диапазоне энергий, доступном для измерений, а также предсказано их поведение в недоступной для эксперимента области энергий.

3. Впервые на основе АВМРГ вычислены парциальные и суммарный астрофизические  $S$ -факторы, а также коэффициент ветвления реакции радиационного захвата  ${}^3\text{H}(\alpha, \gamma){}^7\text{Li}$  при низких и средних энергиях. Представлена интерпретация экспериментальных данных по вычисленным величинам и предсказано их поведение в недоступном для измерений диапазоне энергий.
4. Проведено сравнение астрофизических  $S$ -факторов реакций  ${}^3\text{He}(\alpha, \gamma){}^7\text{Be}$  и  ${}^3\text{H}(\alpha, \gamma){}^7\text{Li}$ , полученных в рамках АВМРГ, с результатами других микроскопических и полумикроскопических расчетов. Показано, что астрофизические  $S$ -факторы этих реакций, вычисленные с использованием АВМРГ, наилучшим образом описывают наиболее точные экспериментальные данные по сравнению с результатами других расчетов. Вместе с этим получено хорошее описание коэффициентов ветвления указанных реакций, фаз упругого рассеяния в системах  ${}^4\text{He} + {}^3\text{He}$ ,  ${}^4\text{He} + {}^3\text{H}$  и достаточно разумное согласие с экспериментальными значениями энергий входящих в реакции ядер.
5. Установлено, что использование в расчетах волновых функций нижайших, разрешенных принципом Паули, состояний трансляционно-инвариантной осцилляторной модели оболочек в качестве внутренних волновых функций кластеров  ${}^4\text{He}$ ,  ${}^3\text{He}$ ,  ${}^3\text{H}$  и описание структуры ядер  ${}^7\text{Li}$  и  ${}^7\text{Be}$  посредством кластерных конфигураций  ${}^4\text{He} + {}^3\text{H}$  и  ${}^4\text{He} + {}^3\text{He}$  соответственно в дискретном спектре с модифицированным нуклон-нуклонным потенциалом Хазегавы–Нагаты позволяет одновременно описывать данные по фазам упругого рассеяния вместе с данными по астрофизическим  $S$ -факторам и коэффициентам ветвления реакций радиационного захвата в зеркальных кластерных системах  ${}^4\text{He} + {}^3\text{H}$  и

${}^4\text{He} + {}^3\text{He}$ . В то же время расчетные значения энергий основных состояний ядер  ${}^3\text{H}$ ,  ${}^3\text{He}$ ,  ${}^4\text{He}$ ,  ${}^7\text{Li}$  и  ${}^7\text{Be}$ , а также первых возбужденных состояний ядер  ${}^7\text{Li}$  и  ${}^7\text{Be}$  несколько отклоняются от соответствующих экспериментальных значений, что является характерной чертой МРГ. Отмечены возможные пути решения данной проблемы и уточнения результатов расчета.

### **Научная новизна работы**

Разработана и реализована новая методика вычисления матричных элементов наиболее важных для описания электромагнитных свойств ядерных кластерных систем и рассмотрения происходящего в них радиационного захвата электромагнитных мультипольных операторов в базисе волновых функций АВМРГ, позволяющая получать явные аналитические выражения для матричных элементов этих операторов в осцилляторном представлении. С использованием данной методики впервые получены явные аналитические выражения для матричных элементов электрических дипольного, квадрупольного и магнитного дипольного операторов в осцилляторном представлении применительно к семинуклонной системе в кластерных разбиениях  ${}^4\text{He} + {}^3\text{He}$  и  ${}^4\text{He} + {}^3\text{H}$ .

Предложен новый микроскопический подход к описанию радиационного захвата в ядерных кластерных системах, основанный на АВМРГ. Впервые в рамках АВМРГ изучена энергетическая зависимость астрофизических  $S$ -факторов и коэффициентов ветвления реакций радиационного захвата, а также фаз упругого рассеяния в семинуклонных кластерных системах  ${}^4\text{He} + {}^3\text{He}$  и  ${}^4\text{He} + {}^3\text{H}$  при низких и средних энергиях с использованием микроскопического модифицированного потенциала Хазегавы–Нагаты для описания ядерных сил. На основе полученных энергетических зависимостей дана новая интерпретация экспериментальным данным по соответствующим величинам в области энергий, доступной для измерений, и предсказано их поведение в недоступном для эксперимента диа-

пазоне энергий.

Впервые продемонстрирована эффективность и перспективность применения АВМРГ для описания процесса радиационного захвата в ядерных кластерных системах, обусловленная надежностью и достоверностью используемых численных и аналитических методов, а также согласием результатов выполненных расчетов с экспериментальными данными.

### **Научная и практическая значимость работы**

Разработанная методика вычисления матричных элементов наиболее важных электромагнитных мультипольных операторов на базисных волновых функциях АВМРГ может быть использована и в других моделях, основанных на разложениях по базису осцилляторных функций, для получения явных выражений для матричных элементов этих операторов в осцилляторном представлении.

Разработанный подход к описанию реакций радиационного захвата, опирающийся на АВМРГ, весьма эффективен для расчета их сечений, астрофизических  $S$ -факторов и коэффициентов ветвления при низких и средних энергиях. Достоверный формализм АВМРГ в совокупности с надежной и относительно простой численной реализацией открывают перспективы применения данного подхода и в области сверхнизких энергий, где использование других микроскопических подходов крайне затруднительно.

Результаты расчетов реакций  ${}^3\text{He}(\alpha, \gamma){}^7\text{Be}$  и  ${}^3\text{H}(\alpha, \gamma){}^7\text{Li}$ , хорошо описывающие экспериментальные данные по этим реакциям и покрывающие недоступный для эксперимента диапазон астрофизически важных энергий, могут быть использованы как входные данные в расчетах кинетики астрофизических и других процессов, для извлечения данных по сечениям соответствующих фотоядерных реакций, а также для оценки результатов возможных будущих экспериментов.

## **Личный вклад автора**

В диссертации автором обобщены результаты проведенных им исследований по реакциям радиационного захвата  ${}^3\text{He}(\alpha, \gamma){}^7\text{Be}$  и  ${}^3\text{H}(\alpha, \gamma){}^7\text{Li}$  в рамках микроскопического подхода, основанного на АВМРГ. Автором созданы компьютерные программы для расчета сечений, астрофизических  $S$ -факторов, коэффициентов ветвления и других характеристик этих реакций, интерпретированы экспериментальные данные по вычисленным величинам. Все основные результаты диссертации получены лично автором, все публикации по теме диссертации были подготовлены при его непосредственном участии.

## **Апробация результатов работы и публикации**

По теме диссертационной работы опубликованы девять печатных работ, три из которых – в научных журналах, входящих в перечень российских рецензируемых научных журналов, рекомендованных ВАК Министерства образования и науки РФ (список публикаций по теме диссертации приведен в конце автореферата). Основные результаты работы докладывались и обсуждались на научных семинарах Центра фундаментальных и прикладных исследований Всероссийского научно-исследовательского института автоматики имени Н.Л. Духова и Воронежского государственного университета, а также были представлены на следующих конференциях:

- VII Научно-техническая конференция молодых ученых “ВНИИА-2013” (Москва, Россия, 11–29 марта 2013 г.);
- VIII Научно-техническая конференция молодых ученых “ВНИИА-2014” (Москва, Россия, 7–25 апреля 2014 г.);
- VI International Conference “Fusion 2014” (New Delhi, India, February 24–28, 2014);
- 3rd International Workshop on “State of the Art in Nuclear Cluster Physics” (Yokohama, Japan, May 26–30, 2014);
- LXIII International Conference “Nucleus 2013” (Moscow, Russia,

October 8–12, 2013);

- LXIV International Conference “Nucleus 2014” (Minsk, Belarus, July 1–4, 2014).

### **Структура и объем диссертации**

Диссертация состоит из введения, четырех глав и заключения. Общий объем диссертации составляет 130 страниц, включая 23 рисунка, 5 таблиц и список литературы из 161 наименования.

### **Содержание работы**

Во **введении** обосновывается актуальность темы диссертационной работы, формулируется цель диссертационного исследования, дается обзор мировой научной литературы по теме исследования, приводятся краткое описание содержания диссертации и сведения об апробации ее результатов.

В **первой главе** подробно изложен математический формализм одноканального варианта АВМРГ, рассмотрены вопросы, касающиеся проведения вычислений для двухкластерных систем, и детали численных расчетов.

В основе АВМРГ лежит представление волновой функции относительного движения ядер (кластеров) в виде разложения по базису собственных волновых функций трехмерного гармонического осциллятора (осцилляторных функций)

$$f_{vlm}(\mathbf{q}) = N_{vl} \bar{q}^l L_{(\nu-l)/2}^{(l+1/2)}(\bar{q}^2) \exp(-\bar{q}^2/2) Y_{lm}(\mathbf{n}_q), \quad (1)$$
$$\bar{q} = q/r_0, \quad N_{vl} = (-1)^{(\nu-l)/2} \sqrt{\frac{2\Gamma((\nu-l+2)/2)}{r_0^3 \Gamma((\nu+l+3)/2)}},$$

где  $r_0$  – осцилляторный радиус,  $\nu$  – полное число осцилляторных квантов,  $\Gamma$  – гамма-функция,  $L_n^{(\beta)}$  – обобщенный полином Лагерра,

$Y_{lm}$  – сферическая функция. В результате полная волновая функция двухкластерной системы ищется в виде разложения по базисным волновым функциям АВМРГ вида

$$\Psi_{J^\pi M l s v} = N_{J^\pi l s v} A \left\{ \sum_{m+\sigma=M} C_{lm s \sigma}^{JM} [\phi_{s_1}^{(1)} \phi_{s_2}^{(2)}]_{s \sigma} f_{v l m}(\mathbf{q}) \right\}, \quad (2)$$

в которых  $N_{J^\pi l s v}$  – нормировочная постоянная,  $A$  – оператор антисимметризации,  $C_{lm s \sigma}^{JM}$  – коэффициент Клебша–Гордана,  $\phi^{(1)}$ ,  $\phi^{(2)}$  – внутренние волновые функции кластеров, выбранные в виде волновых функций нижайших, допустимых принципом Паули, состояний трансляционно-инвариантной осцилляторной модели оболочек,  $s_1$ ,  $s_2$  – спины кластеров,  $J$ ,  $l$ ,  $s$ ,  $M$ ,  $m$ ,  $\sigma$  – полный угловой момент, относительный орбитальный момент, каналный спин и их проекции соответственно,  $\pi$  – четность системы,  $\mathbf{q}$  – вектор Якоби, абсолютная величина которого пропорциональна расстоянию между центрами масс кластеров:

$$\mathbf{q} = \sqrt{\frac{A_1 A_2}{A_1 + A_2}} (\mathbf{R}_{\text{ц.м.}}^{(1)} - \mathbf{R}_{\text{ц.м.}}^{(2)}), \quad (3)$$

$$\mathbf{R}_{\text{ц.м.}}^{(i)} = \frac{1}{A_i} \sum_{n=1}^{A_i} \mathbf{r}_{i,n}, \quad i = 1, 2. \quad (4)$$

В (4) суммирование предполагается по всем нуклонам  $i$ -го кластера,  $\mathbf{r}_{i,n}$  – радиус-вектор  $n$ -го нуклона в  $i$ -ом кластере. Неизвестными в таком подходе являются коэффициенты разложения полной волновой функции системы по базису АВМРГ (2), которые удовлетворяют системе линейных алгебраических уравнений. Коэффициентами перед неизвестными в данной системе выступают матричные элементы гамильтониана на базисных волновых функциях АВМРГ (2).

В качестве ядерного нуклон-нуклонного потенциала выбран модифицированный потенциал Хазегавы–Нагаты, содержащий центральные обменные, спин-орбитальные и тензорные силы, коорди-

натная зависимость которого имеет вид суперпозиции гауссоид. Этот потенциал воспроизводит отталкивание на малых расстояниях и притяжение на больших. Кроме того, с ним удастся достичь хорошего описания данных по рассеянию легких ядер в широком диапазоне энергий, электромагнитные свойства легких ядер и электромагнитные процессы с их участием.

Представлены системы уравнений АВМРГ для коэффициентов разложения полных волновых функций дискретного и непрерывного спектров ядерной системы по базисным волновым функциям АВМРГ (2).

Приведена методика, сводящая вычисления матричных элементов на волновых функциях трансляционно-инвариантной осцилляторной модели оболочек к более простым вычислениям с волновыми функциями обычной осцилляторной модели оболочек.

Подробно сформулирована техника производящих функций, позволяющая изящно и относительно просто вычислять матричные элементы операторов на полностью антисимметризованных базисных волновых функциях АВМРГ (2). Исходным положением этой техники является соотношение между собственными волновыми функциями трехмерного гармонического осциллятора (1) и производящей для них функций

$$\exp\left(-q^2 / 2r_0^2 + \mathbf{q}\mathbf{R} / r_0 - R^2 / 4\right), \quad (5)$$

которое имеет вид:

$$f_{vlm}(\mathbf{q}) = A_{vl} \frac{\partial^v}{\partial R^v} \int \exp\left(-q^2 / 2r_0^2 + \mathbf{q}\mathbf{R} / r_0 - R^2 / 4\right) Y_{lm}(\mathbf{n}_{\mathbf{R}}) d\mathbf{n}_{\mathbf{R}} \Bigg|_{R=0}, \quad (6)$$

$$A_{vl} = \frac{2^{v-1/2}}{\pi^{3/2} v!} \sqrt{\Gamma\left(\frac{v-l+2}{2}\right) \Gamma\left(\frac{v+l+3}{2}\right)},$$

где  $\mathbf{R}$  – генераторный параметр. С использованием этого соотношения для базисных функций АВМРГ (2) вводится производящая функция многоуклонной системы, после чего строятся матричные

элементы на производящих функциях, по которым с помощью соотношения (6) находятся любые необходимые матричные элементы на базисных волновых функциях АВМРГ (2).

Детально рассмотрены вопросы вычисления производящих матричных элементов операторов, представимых в виде суммы одно- и двухчастичных операторов.

Отмечены общие свойства матричных элементов оператора кинетической энергии и операторов центрального и нецентрального (спин-орбитального, тензорного) взаимодействий в базисе функций АВМРГ (2).

Изложена техника рекуррентных соотношений, удобная и эффективная для реализации численных расчетов матричных элементов на базисных функциях АВМРГ (2).

**Вторая глава** посвящена общему рассмотрению радиационного захвата в столкновениях ядер.

Представлена и проанализирована общая формула для вероятности перехода ядра между связанными состояниями в длинноволновом приближении, приведены общие выражения для электромагнитных мультипольных операторов.

Наиболее важные электрические дипольный и квадрупольный операторы преобразованы к сумме двухчастичных трансляционно-инвариантных операторов, а магнитный дипольный оператор – к сумме одно- и двухчастичных операторов, что создает значительные удобства при вычислении их матричных элементов на базисных волновых функциях АВМРГ (2).

Получено выражение для сечения радиационного захвата  $\sigma$ , которое в длинноволновом приближении выражается через приведенные матричные элементы электромагнитных мультипольных операторов.

В **третьей главе** проведено теоретическое исследование реакции радиационного захвата  ${}^3\text{He}(\alpha, \gamma){}^7\text{Be}$  в рамках АВМРГ.

Рассмотрены общие свойства реакции  ${}^3\text{He}(\alpha, \gamma){}^7\text{Be}$  при низких и

средних энергиях, получена формула для парциальных сечений данной реакции в рамках АВМРГ:

$$\sigma_{i \rightarrow f}(E_{\text{ц.м.}}) = \quad (7)$$

$$= \frac{8\pi}{9\hbar(2l_i + 1)} \left( \frac{E_\gamma}{\hbar c} \right)^3 \left| \sum_{\nu_i, \nu_f} C_{J_f^{\pi_f} l_f s \nu_f}^{(\text{д})} \left\langle J_f^{\pi_f} l_f s \nu_f \left\| M_1^E \right\| J_i^{\pi_i} l_i s \nu_i \right\rangle C_{J_i^{\pi_i} l_i s \nu_i}^{(\text{н})} \right|^2.$$

Здесь  $\hbar$  – постоянная Планка,  $c$  – скорость света в вакууме,  $E_{\text{ц.м.}}$  – энергия относительного движения сталкивающихся ядер в системе центра масс,  $E_\gamma$  – энергия испускаемого фотона,  $i, f$  – индексы начального и конечного состояний,  $C^{(\text{д})}$ ,  $C^{(\text{н})}$  – коэффициенты разложения полной волновой функции дискретного и непрерывного спектров системы соответственно по базису АВМРГ (2),  $M_{1\mu}^E$  – электрический дипольный оператор.

Схема реакции  ${}^3\text{He}(\alpha, \gamma){}^7\text{Be}$  изображена на рисунке 1 ( $E_{\text{возб}}$  – энергия возбуждения).

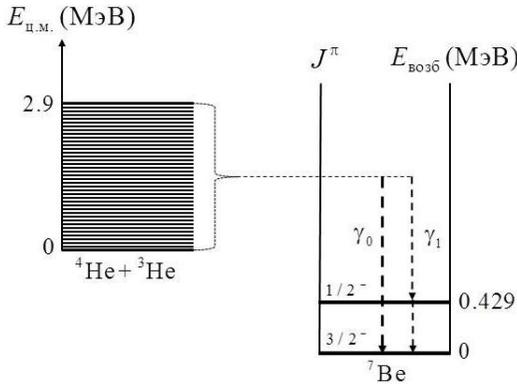


Рис. 1: Схема переходов, сопровождающих реакцию  ${}^3\text{He}(\alpha, \gamma){}^7\text{Be}$ .

Приведены внутренние волновые функции кластеров  ${}^4\text{He}$  и  ${}^3\text{He}$ , для системы  ${}^4\text{He} + {}^3\text{He}$  вычислены интеграл перекрытия производящих функций, производящие матричные элементы гамильтониана и наиболее важных электромагнитных мультипольных операторов: электрических дипольного, квадрупольного и магнитного ди-

польного операторов. С использованием производящих матричных элементов найдены явные выражения для матричных элементов рассматриваемых электромагнитных мультипольных операторов на базисных волновых функциях АВМРГ (2). В частности, приведенные матричные элементы электрического дипольного оператора  $M_{1\mu}^E$ , входящие в выражение для парциальных сечений (7), имеют вид:

$$\begin{aligned} & \left\langle J_f^{\pi_f} l_f s v_f \left\| M_1^E \left\| J_i^{\pi_i} l_i s v_i \right\rangle = (-1)^{J_i+l_f+s+1} \frac{e r_0}{14} \sqrt{\frac{3}{\pi}} \times \right. \\ & \times \Pi_{J_f J_i l_i} C_{l_i 0 10}^{l_f 0} \left\{ \begin{matrix} l_i & s & J_i \\ J_f & 1 & l_f \end{matrix} \right\} \left( \frac{\kappa_{v_f l_f}}{\kappa_{v_i l_i}} \delta_{v_f, v_i-1} + \frac{\kappa_{v_i l_i}}{\kappa_{v_f l_f}} \delta_{v_f, v_i+1} \right). \end{aligned} \quad (8)$$

Здесь введены обозначения:

$$\Pi_{J_f J_i l_i} = \sqrt{(2J_f + 1)(2J_i + 1)(2l_i + 1)}, \quad (9)$$

$$\kappa_{\nu l}^2 = \frac{2\pi}{\nu!} \left[ \left( \frac{6}{7} \right)^\nu - 3 \left( \frac{5}{14} \right)^\nu + 3 \left( -\frac{1}{7} \right)^\nu - \left( -\frac{9}{14} \right)^\nu \right] \varepsilon_\nu^l, \quad (10)$$

$$\varepsilon_\nu^l = \begin{cases} \frac{2^{l+1} \nu! [(v+l)/2]!}{[\nu+l+1]! [(v-l)/2]!}, & l \leq \nu, l + \nu - \text{четное}; \\ 0, & \text{в остальных случаях;} \end{cases}$$

$e$  – элементарный заряд ( $e > 0$ ),  $\left\{ \begin{matrix} l_i & s & J_i \\ J_f & 1 & l_f \end{matrix} \right\}$  –  $6j$ -символ Вигнера. Из

(8) видно, что матрица электрического дипольного оператора в осцилляторном представлении является двухдиагональной по числу осцилляторных квантов  $\nu$ .

Астрофизический  $S$ -фактор реакции связан с сечением соотношением:

$$S(E_{\text{ц.м.}}) = E_{\text{ц.м.}} \sigma(E_{\text{ц.м.}}) \exp\left(\sqrt{E_G / E_{\text{ц.м.}}}\right), \quad (11)$$

где  $E_G$  – энергия Гамова ( $E_G = 27.04$  МэВ для системы  ${}^4\text{He} + {}^3\text{He}$ ).

Фактически,  $S$ -фактор является величиной, характеризующей чисто ядерный процесс, поскольку из нее явно выделен быстро меняющийся экспоненциальный множитель, обусловленный проницаемостью кулоновского барьера. Как следствие, астрофизический  $S$ -фактор меняется значительно медленнее сечения при изменении энергии, что делает его более удобной величиной для исследований в области низких и сверхнизких энергий.

Рассчитаны астрофизические  $S$ -факторы реакции  ${}^3\text{He}(\alpha, \gamma){}^7\text{Be}$  с образованием  ${}^7\text{Be}$  в основном  $S_0$  и первом возбужденном  $S_1$  состояниях, а также ее суммарный  $S$ -фактор (см. рисунок 2) и коэффициент ветвления  $R$  (см. рисунок 3), которые выражаются через  $S_0$  и  $S_1$  следующими простыми формулами:

$$S(E_{\text{ц.м.}}) = S_0(E_{\text{ц.м.}}) + S_1(E_{\text{ц.м.}}), \quad (12)$$

$$R(E_{\text{ц.м.}}) = S_1(E_{\text{ц.м.}}) / S_0(E_{\text{ц.м.}}).$$

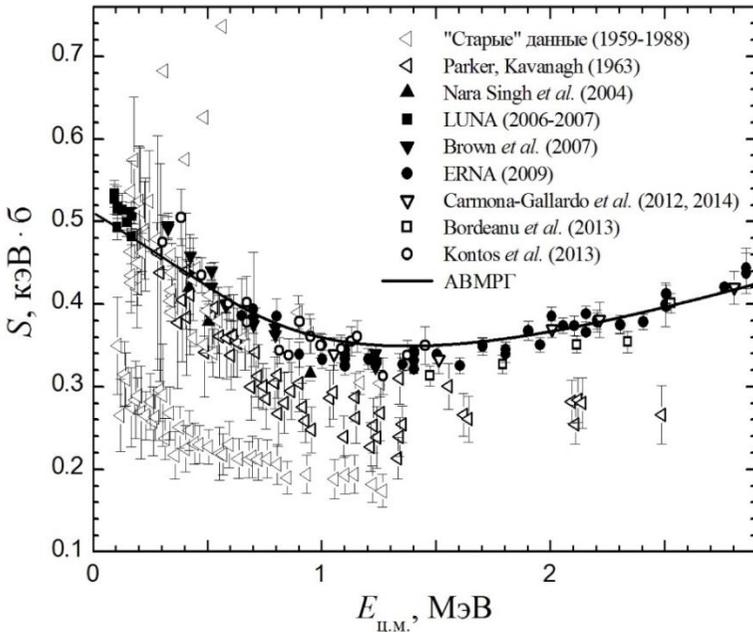


Рис. 2: Астрофизический  $S$ -фактор реакции  ${}^3\text{He}(\alpha, \gamma){}^7\text{Be}$ . Фигурки – экспериментальные данные; сплошная линия – расчет с  $r_0 = 1.2$  фм и  $g_{\text{ц}} = 1.035$ .

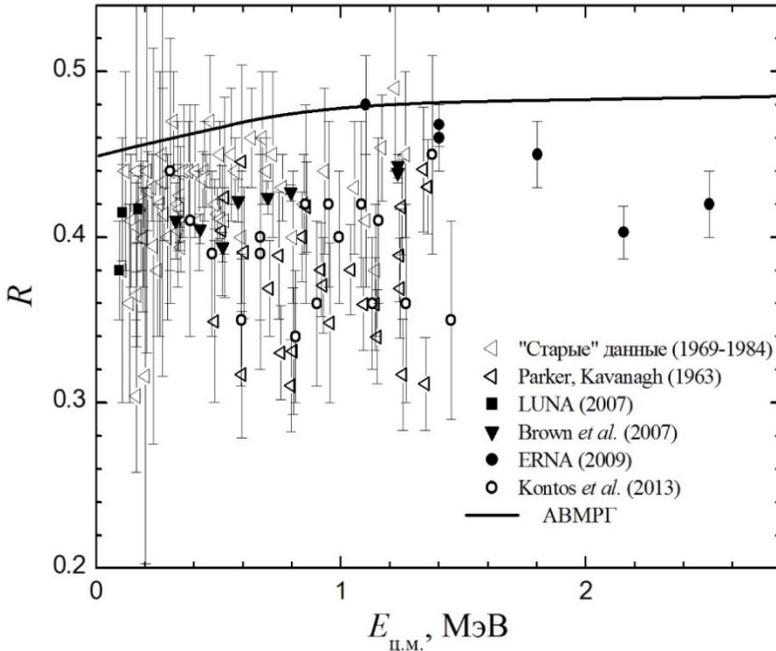


Рис. 3: Коэффициент ветвления реакции  ${}^3\text{He}(\alpha, \gamma){}^7\text{Be}$ . Фигурки – экспериментальные данные; сплошная линия – расчет с  $r_0 = 1.2$  фм и  $g_{\text{ц}} = 1.035$ .

В представленной модели имеется два параметра, допускающих небольшую вариацию: осцилляторный радиус  $r_0$ , входящий в осцилляторные функции (1), и интенсивность майорановского центрального взаимодействия  $g_{\text{ц}}$ , входящая в модифицированный потенциал Хазегавы–Нагаты. Значения этих параметров были выбраны таким образом ( $r_0 = 1.2$  фм,  $g_{\text{ц}} = 1.035$ ), чтобы достичь одновременно хорошего описания современных экспериментальных данных по полному астрофизическому  $S$ -фактору реакции  ${}^3\text{He}(\alpha, \gamma){}^7\text{Be}$  и данных по фазам упругого рассеяния в системе  ${}^4\text{He} + {}^3\text{He}$ . При этом было получено достаточно хорошее описание современных данных и для  $S_0$ ,  $S_1$ ,  $R$ . Кроме того, расчетные значения энергий основных состояний изотопов гелия, основного и первого возбужденного состояний ядра  ${}^7\text{Be}$ , порога развала  ${}^7\text{Be}$  на два кластера  ${}^4\text{He} + {}^3\text{He}$  и разности последнего и энергии возбуждения первого

возбужденного состояния  ${}^7\text{Be}$  также оказались вполне разумными.

Рассмотрены также другие критерии выбора значений параметров модели, ни один из которых не позволил одновременно хорошо описать данные по фазам упругого рассеяния  ${}^4\text{He} + {}^3\text{He}$  и  $S$ -фактору реакции  ${}^3\text{He}(\alpha, \gamma){}^7\text{Be}$ . В этом смысле указанный выше выбор значений параметров оказался оптимальным.

Исследование чувствительности результатов расчетов к вариации параметров модели показало, что астрофизический  $S$ -фактор реакции  ${}^3\text{He}(\alpha, \gamma){}^7\text{Be}$  более чувствителен к изменению этих параметров по сравнению с коэффициентом ветвления.

Сравнение расчетов астрофизического  $S$ -фактора реакции  ${}^3\text{He}(\alpha, \gamma){}^7\text{Be}$ , выполненных в рамках различных микроскопических и полумикроскопических подходов, друг с другом и с экспериментальными данными показывает, что наш расчет в рамках АВМРГ дает наилучшее описание всей совокупности современных и наиболее точных экспериментальных данных.

В **четвертой главе** проведено теоретическое исследование реакции радиационного захвата  ${}^3\text{H}(\alpha, \gamma){}^7\text{Li}$  на основе АВМРГ.

Обсуждаются общие свойства реакции  ${}^3\text{H}(\alpha, \gamma){}^7\text{Li}$ , делается сопоставление с зеркальной реакцией  ${}^3\text{He}(\alpha, \gamma){}^7\text{Be}$ . Схема реакции  ${}^3\text{H}(\alpha, \gamma){}^7\text{Li}$  показана на рисунке 4.

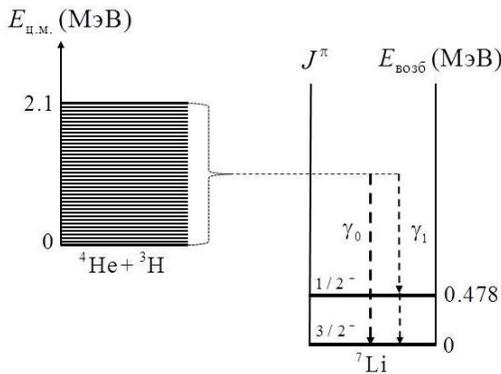


Рис. 4: Схема переходов, сопровождающих реакцию  ${}^3\text{H}(\alpha, \gamma){}^7\text{Li}$ .

Вследствие изотопической инвариантности матричные элементы гамильтониана для зеркальных систем  ${}^4\text{He} + {}^3\text{H}$  и  ${}^4\text{He} + {}^3\text{He}$  отличаются только величинами вклада от кулоновского потенциала. Вычисленные для системы  ${}^4\text{He} + {}^3\text{H}$  матричные элементы электрических дипольного, квадрупольного и магнитного дипольного операторов имеют схожую с соответствующими матричными элементами для системы  ${}^4\text{He} + {}^3\text{He}$  зависимость от квантовых чисел, но отличаются значениями некоторых коэффициентов.

Парциальные сечения реакции  ${}^3\text{H}(\alpha, \gamma){}^7\text{Li}$  в рамках АВМРГ выражаются формулой, аналогичной формуле (7) для зеркальной реакции  ${}^3\text{He}(\alpha, \gamma){}^7\text{Be}$ , но со своими конкретными значениями энергии фотона  $E_\gamma$  и коэффициентов разложения  $C^{(d)}$ ,  $C^{(h)}$ . Выражение для приведенных матричных элементов электрического дипольного оператора системы  ${}^4\text{He} + {}^3\text{H}$  с точностью до знака совпадает с выражением (8). Астрофизический  $S$ -фактор реакции  ${}^3\text{H}(\alpha, \gamma){}^7\text{Li}$  связан с сечением соотношением (11), в котором энергия Гамова  $E_G$  равна 6.76 МэВ для системы  ${}^4\text{He} + {}^3\text{H}$ . Полный астрофизический  $S$ -фактор и коэффициент ветвления данной реакции определяются выражениями вида (12).

Вычислены астрофизические  $S$ -факторы реакции  ${}^3\text{H}(\alpha, \gamma){}^7\text{Li}$  с образованием  ${}^7\text{Li}$  в основном и первом возбужденном состояниях, ее суммарный астрофизический  $S$ -фактор (см. рисунок 5) и коэффициент ветвления (см. рисунок 6).

Расчет со значениями параметров, оптимальными для зеркальной реакции  ${}^3\text{He}(\alpha, \gamma){}^7\text{Be}$  ( $r_0 = 1.2$  фм,  $g_{\text{ц}} = 1.035$ ), позволяет достаточно хорошо описать данные по фазам упругого рассеяния в системе  ${}^4\text{He} + {}^3\text{H}$  и дает вполне разумные значения энергий основных состояний ядер  ${}^4\text{He}$  и  ${}^3\text{H}$ , основного и первого возбужденного состояний ядра  ${}^7\text{Li}$ , порога развала  ${}^7\text{Li}$  на два кластера  ${}^4\text{He} + {}^3\text{H}$ , а также разности последнего и энергии возбуждения первого возбужденного состояния  ${}^7\text{Li}$ . Качественно энергетическое поведение расчетной кривой для полного астрофизического  $S$ -фактора согла-

судется с наиболее точными и покрывающими наиболее широкий диапазон энергий экспериментальными данными (Brune *et al.*, 1994). Однако, количественно теоретическая кривая лежит немного выше.

Возникшую трудность можно устранить небольшим варьированием указанных выше значений параметров. При  $r_0 = 1.386$  фм и  $g_{\text{ц}} = 1.021$  удается по-прежнему достаточно разумно описывать данные по фазам, но при этом улучшается описание перечисленных выше энергий и достигается очень хорошее согласие расчетных  $S$ -факторов  $S_0$ ,  $S_1$  и суммарного астрофизического  $S$ -фактора реакции  ${}^3\text{H}(\alpha, \gamma){}^7\text{Li}$  с наиболее точными экспериментальными данными.

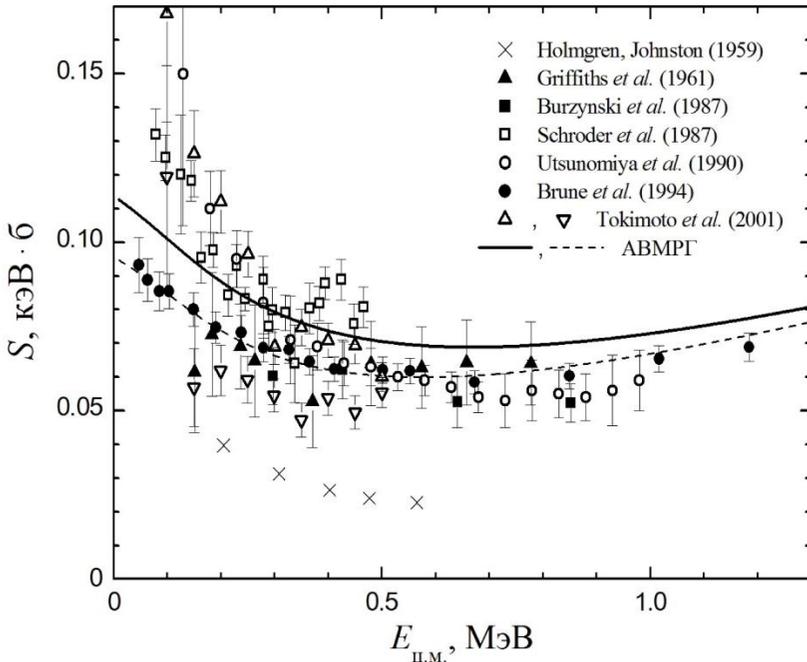


Рис. 5: Астрофизический  $S$ -фактор реакции  ${}^3\text{H}(\alpha, \gamma){}^7\text{Li}$ . Сплошная линия – расчет с  $r_0 = 1.2$  фм,  $g_{\text{ц}} = 1.035$ ; пунктирная линия – расчет с  $r_0 = 1.386$  фм,  $g_{\text{ц}} = 1.021$ . Фигурками отмечены экспериментальные данные.

Коэффициент ветвления реакции  ${}^3\text{H}(\alpha, \gamma){}^7\text{Li}$  демонстрирует хо-

рошее согласие с экспериментальными данными для обоих наборов значений параметров.

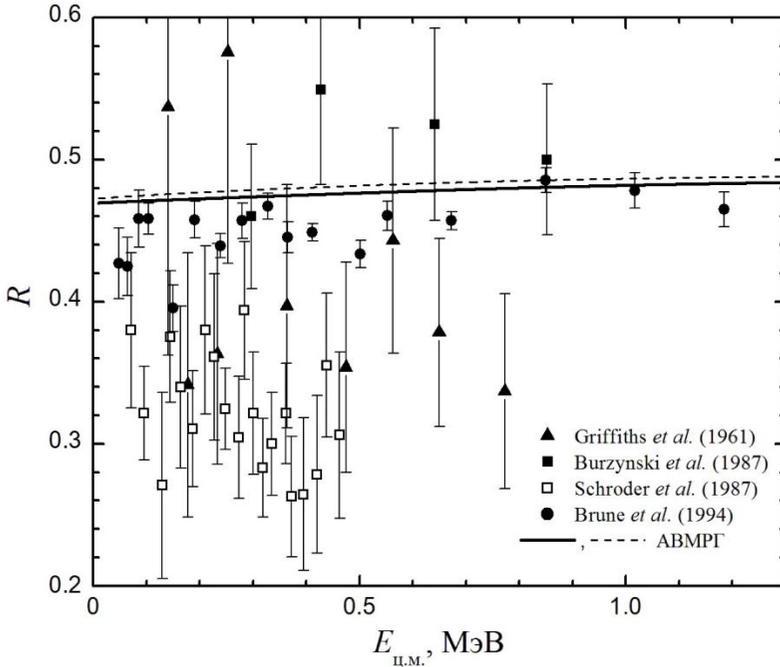


Рис. 6: Коэффициент ветвления реакции  ${}^3\text{H}(\alpha, \gamma){}^7\text{Li}$ . Сплошная линия – расчет с  $r_0 = 1.2$  фм,  $g_{II} = 1.035$ ; пунктирная линия – расчет с  $r_0 = 1.386$  фм,  $g_{II} = 1.021$ . Фигурками отмечены экспериментальные данные.

Наряду с этими наборами значений параметров модели, рассмотрены некоторые другие варианты выбора значений параметров. Расчеты с использованием этих значений не дают одновременно хорошего описания фаз упругого рассеяния в системе  ${}^4\text{He} + {}^3\text{H}$  и астрофизического  $S$ -фактора реакции  ${}^3\text{H}(\alpha, \gamma){}^7\text{Li}$ .

Астрофизический  $S$ -фактор реакции  ${}^3\text{H}(\alpha, \gamma){}^7\text{Li}$  более чувствителен к изменению параметров модели, чем коэффициент ветвления. Аналогичная ситуация имеет место и для зеркальной реакции.

Так же, как и в случае зеркальной реакции, наш расчет астрофизического  $S$ -фактора реакции  ${}^3\text{H}(\alpha, \gamma){}^7\text{Li}$ , выполненный в рамках

АВМРГ, наилучшим образом согласуется с наиболее точными и покрывающими наиболее широкий диапазон энергий экспериментальными данными по сравнению с другими микроскопическими и полумикроскопическими расчетами.

В **заключении** кратко сформулированы основные научные результаты диссертации, указана ее научная и практическая значимость.

### **Публикации автора по теме диссертации**

1. Соловьев А. С., Игашов С. Ю. Матричные элементы электромагнитных операторов на базисных функциях алгебраической версии метода резонирующих групп // Ядерная физика и инжиниринг. 2013. Т. 4. С. 989–994.
2. Соловьев А. С., Игашов С. Ю., Чувильский Ю. М. Исследование реакции радиационного захвата  $t + \alpha \rightarrow {}^7\text{Li} + \gamma$  в рамках алгебраической версии метода резонирующих групп // Известия РАН. Серия физическая. 2014. Т. 78. С. 621–626.
3. Соловьев А. С., Игашов С. Ю., Чувильский Ю. М. Микроскопическая интерпретация результатов новых измерений реакции  ${}^3\text{He}(\alpha, \gamma){}^7\text{Be}$  // Ядерная физика. 2014. Т. 77. С. 1525–1527.
4. Соловьев А. С., Игашов С. Ю. Теоретическое исследование реакции  ${}^3\text{H} + {}^4\text{He} \rightarrow {}^7\text{Li} + \gamma$  при низких энергиях // VII Научно-техническая конференция молодых ученых “ВНИИА-2013”, Москва. Сборник тезисов. 2013. С. 18.
5. Соловьев А. С., Игашов С. Ю. Микроскопическое вычисление астрофизического S-фактора и коэффициента ветвления реакции  ${}^3\text{H}(\alpha, \gamma){}^7\text{Li}$  // VIII Научно-техническая конференция молодых ученых “ВНИИА-2014”, Москва. Сборник тезисов. 2014. С. 19.

6. Solovyev A. S., Igashov S. Yu., Tchuvil'sky Yu. M. Microscopic calculation of astrophysical  $S$ -factor and branching ratio of the reaction  ${}^3\text{H}(\alpha, \gamma){}^7\text{Li}$  // VI International Conference "Fusion14", New Delhi, India. Book of Abstracts. 2014. P. 90.
7. Solovyev A. S., Igashov S. Yu., Tchuvil'sky Yu. M. Treatment of the mirror reactions  ${}^3\text{H}(\alpha, \gamma){}^7\text{Li}$  and  ${}^3\text{He}(\alpha, \gamma){}^7\text{Be}$  in the algebraic version of the resonating group model // 3rd International Workshop on "State of the Art in Nuclear Cluster Physics", Yokohama, Japan. Book of Abstracts. 2014. P. 44.
8. Solovyev A. S., Igashov S. Yu. Study of the reaction of radiative capture  $t + \alpha \rightarrow {}^7\text{Li} + \gamma$  in the framework of the algebraic version of the resonating group method // LXIII International Conference "Nucleus 2013", Moscow, Russia. Book of Abstracts. 2013. P. 231.
9. Solovyev A. S., Igashov S. Yu., Tchuvil'sky Yu. M. The resonating group model description of the radiative capture reaction  ${}^3\text{He}(\alpha, \gamma){}^7\text{Be}$  // LXIV International Conference "Nucleus 2014", Minsk, Belarus. Book of Abstracts. 2014. P. 168.