# МОСКОВСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ имени М.В. ЛОМОНОСОВА ФИЗИЧЕСКИЙ ФАКУЛЬТЕТ

на правах рукописи УДК 535.8

Аулова Татьяна Викторовна

# ДИНАМИКА ГЕНЕРАЦИИ ТВЕРДОТЕЛЬНОГО КОЛЬЦЕВОГО ЧИП-ЛАЗЕРА С ОПТИЧЕСКОЙ НЕВЗАИМНОСТЬЮ, СОЗДАННОЙ МАГНИТНЫМ ПОЛЕМ

01.04.05 - оптика

<u>Диссертация на соискание ученой степени</u> кандидата физико-математических наук

Научный руководитель:

доктор физико-математических наук

профессор Е.Г.Ларионцев

Москва - 2014

# Оглавление

Введение		5			
Глан	Глава I				
Динамика излучения автономного ТКЛ (обзор литературы)		15			
1.	Твердотельный кольцевой лазер	15			
2.	Теоретические модели ТКЛ	21			
3.	Режимы генерации автономных твердотельных кольцевых лазеров	25			
	3.1. Автомодуляционный режим генерации первого рода	26			
	3.2. Режим бегущей волны (однонаправленной генерации)	29			
	3.3. Режим биений	30			
	3.4. Квазипериодические и хаотические режимы генерации	31			
	3.5. Автомодуляционный режим второго рода	32			
4.	Управление режимами генерации в автономных ТКЛ	33			
	4.1. Управление режимами генерации в ТКЛ на дискретных элементах	34			
	4.1.1. Изменение параметров лазера	34			
	4.1.2. Ослабление конкуренции встречных волн	37			
	4.2. Управление режимами генерации монолитных чип-лазеров	39			
	4.2.1. Влияние магнитного поля на кольцевой чип-лазер	40			
	4.2.2. Управление параметрами чип-лазера	41			

# Глава II

Влия	ние температуры моноблока и магнитного поля на параметры	
коль	цевого чип-лазера и частоту автомодуляционных колебаний	45
1.	Экспериментальная установка	45
2.	Влияние температуры моноблока на соотношение коэффициентов связи	1
	встречных волн через обратное рассеяние	49
3.	Неизохронность автомодуляционных колебаний (экспериментальные	
	результаты)	53
4.	Оценка величины фактора ампллитудно-фазовой связи	58
5.	Влияние постоянного магнитного поля на автомодуляционные	
	колебания в ТКЛ	63
Вь	иводы к главе II	65
Глав	a III	
Упра	авление режимами генерации кольцевого чип-лазера	при
возд	ействии неоднородным магнитным полем	66
1.	Экспериментальная установка	67
2.	Результаты экспериментальных исследований	68
	3.1. Режимы однонаправленной генерации	70
	3.2. Режим динамического хаоса	72
	3.3. Синфазный автомодуляционный режим генерации	73
	3.4. Режим автомодуляционных колебаний встречных волн с	

противофазной низкочастотной огибающей	74		
3.5. Режим биений с равными средними значениями			
интенсивностей встречных волн	77		
Выводы к главе III	79		
Глава VI			
Параметрическое возбуждение релаксационных колебаний на			
субгармонике внешнего модулирующего сигнала			
1. Экспериментальная установка	80		
2. Режимы однонаправленной генерации	81		
3. Режимы двунаправленной генерации	85		
Выводы к главе IV	90		
Заключение			
Список литературы			

#### Введение

Твердотельные кольцевые лазеры (ТКЛ) широко используются в практических и научных целях. По способу построения кольцевого резонатора и помещения активной среды внутрь него, можно выделить три основных конструктивных типа ТКЛ: лазеры, состоящие из дискретных элементов, полумоноблочные и монолитные лазеры. Монолитные ТКЛ (кольцевые чип-лазеры) имеют моноблочную конструкцию, основной отличительной особенностью которой является то, что все отражающие поверхности находятся на поверхности кристалла активного вещества, благодаря чему появляется возможность конструирования лазеров небольших размеров, и, как следствие, с небольшим уровнем внутрирезонаторных потерь. размеры упрощают задачу термостабилизации Небольшие геометрические активного элемента. Благодаря своей конструкции, чип-лазеры наименее внешним возмущениям, их лазерные параметры стабильны подвержены BO времени. Кольцевые чип-лазеры с полупроводниковой накачкой отличаются наиболее высокой стабильностью выходного излучения по сравнению с ТКЛ других типов.

В твердотельном кольцевом лазере излучение в каждом из встречных направлений характеризуется сложной нелинейной динамикой. В непрерывном кольцевом чип-лазере может существовать целый ряд режимов генерации: режим бегущей волны, автомодуляционные режимы первого и второго рода, режим стоячей волны, а также другие нестационарные режимы. С практической точки зрения наиболее важными являются режим однонаправленной генерации и двунаправленные автомодуляционные режимы генерации встречных волн. Детальные исследования в области динамики твердотельных кольцевых лазеров (ТКЛ) важны для изучения общих закономерностей в нелинейной динамике систем различной природы.

Одним из актуальных вопросов является определение наиболее полной и подходящей теоретической модели, способной в полной мере описать динамику генерации твердотельных кольцевых лазеров. Детальные теоретические исследования

нелинейной динамики и их сравнение с экспериментом являются основой для развития математической модели твердотельных кольцевых лазеров. Именно тщательно поставленный физический эксперимент позволяет решить вопрос об адекватности математической модели реальной нелинейной системе и установить на опыте границы её применения.

В исследованиях по нелинейной для реализации динамике излучения генерации необходимость различных режимов ТКЛ возникает управления совокупностью лазерных параметров, связанных с активной средой и кольцевым резонатором. В ТКЛ, состоящих из дискретных элементов, ряд параметров лазера (сферичность и коэффициенты пропускания зеркал, длина резонатора, положение активного элемента относительно перетяжки каустики резонатора, коэффициенты связи встречных волн через обратное рассеяние и т.д.) можно изменять в достаточно широких пределах. В таких лазерах возможно также введение в резонатор и дополнительных управляющих элементов, изменяющих фазовую и амплитудную невзаимность кольцевого резонатора (амплитудные и частотные фарадеевские ультразвуковые модуляторы). Таким образом, в ТКЛ, состоящих из элементы. дискретных элементов, имеются широкие возможности для эффективного управления режимами генерации и выходными характеристиками излучения. В то же время, в случае монолитных ТКЛ конструкция лазера не позволяет вносить в резонатор какиелибо дополнительные устройства, тем самым управление режимами генерации таких лазеров затруднено.

Проблема управления режимами генерации уже нашла достаточно много решений в неавтономных кольцевых чип-лазерах, чему посвящено большое количество работ. В кольцевых чип-лазерах с периодическим изменением параметров (при модуляции превышения мощности накачки над порогом, добротности резонатора, коэффициентов связи встречных волн через обратное рассеяние) можно эффективно управлять динамикой генерации, варьируя амплитуду и частоту модуляции. Однако же, возможности управления динамикой генерации в автономном чип-лазере до последнего времени оставались весьма ограниченными. Поиск новых

6

способов управления режимами генерации автономных кольцевых чип-лазеров является актуальной задачей.

В связи с этим, изучение влияния внешних магнитных полей на динамику генерации кольцевых лазеров представляет большой интерес. Вследствие эффекта Фарадея, наложение магнитного поля на активную среду лазера приводит к изменению таких важных в динамике чип-лазеров параметров, как амплитудная и частотная невзаимность. В проведенных ранее исследованиях не были изучены возможности управления динамикой генерации монолитных ТКЛ, связанные с воздействием на кольцевой чип-лазер неоднородным магнитным полем.

Целью настоящей диссертационной работы являлось: 1) летальное исследование динамики излучения автономного твердотельного кольцевого чиплазера на YAG:Nd<sup>3+</sup> с неплоским резонатором при воздействии на него постоянным неоднородным магнитным полем; 2) изучение и реализация новых методов управления динамикой излучения автономного кольцевого чип-лазера с помощью магнитного поля; 3) исследовать возможность получения режима биений с равными средними значениями интенсивностей встречных волн; 4) уточнение векторной модели кольцевого чип-лазера при сравнении результатов проведенных экспериментов с теорией; 5) исследование возможностей параметрического возбуждения в исследуемом чип-лазере релаксационных колебаний на субгармонике периодического сигнала модуляции накачки.

Научная новизна работы заключается в следующем:

Экспериментально реализованы новые возможности управления режимами генерации автономного кольцевого чип-лазера, возникающие при воздействии на постоянным неоднородным магнитным полем. Обнаружен него ряд не наблюдавшихся ранее режимов генерации автономного кольцевого чип-лазера (режим биений с большой частотной подставкой, режим с периодической низкочастотной огибающей автомодуляционных колебаний, периодические автомодуляционные режимы однонаправленной генерации). Реализована новая возможность возбуждения режима динамического хаоса.

• Установлена возможность возбуждения динамического хаоса в кольцевом чиплазере при воздействии на него постоянным магнитным полем.

 Установлена возможность возбуждения режима биений с большой частотной подставкой в твердотельном кольцевом чип-лазере при воздействии на него постоянным магнитным полем.

• В кольцевом чип-лазере с периодической модуляцией накачки исследовано параметрическое возбуждение релаксационных колебаний на субгармонике модулирующего сигнала при переключении, под воздействием магнитного поля, как в режим однонаправленной генерации, так и в автомодуляционном режиме первого рода.

• Экспериментально исследовано явление неизохронности автомодуляционных колебаний кольцевого чип-лазера на YAG:Nd, что позволило оценить величину фактора амплитудно-фазовой связи в векторной модели ТКЛ, широко используемой при описании динамики излучения.

#### Научная и практическая значимость работы

• В работе продемонстрирована возможность изменения коэффициентов обратной связи встречных волн при изменении температуры моноблока.

• Изучен и предложен новый способ эффективного управления динамикой генерации автономного чип-лазера: с помощью неоднородного магнитного поля. Обнаружен новый квазипериодический режим генерации с низкочастотной импульсной огибающей, и квазипериодический импульсный режим, ранее не наблюдавшиеся в чип-лазерах.

• В чип-лазере реализован режим биений с равными средними значениями интенсивностей встречных волн и постоянной частотной подставкой, что открывает возможности для более точных измерений оптической невазимности.

• Полученные результаты расширяют функциональные возможности кольцевых чип-лазеров и могут быть использованы как в научных исследованиях, так и в технических приложениях.

#### Научные положения и результаты, выносимые на защиту

• Наложение на активную среду постоянного неоднородного магнитного поля позволяет эффективно управлять динамикой лазерного излучения в режимах однонаправленной и двунаправленной генерации. Величину амплитудной, а также и частотной невзаимностей кольцевого резонатора, возникающих при наложении на кольцевой чип-лазер неоднородного магнитного поля, можно варьировать в широких пределах, изменяя расположение пространственно неоднородного поля внутри чиплазера.

• При воздействии неоднородным магнитным полем можно реализовать ряд не наблюдавшихся ранее в кольцевом чип-лазере режимов генерации: режим биений с большой частотной подставкой, квазипериодический автомодуляционный режим с низкочастотной импульсной огибающей, периодические автомодуляционные режимы однонаправленной генерации.

 При изменении температуры моноблока кольцевого чип-лазера можно целенаправленно выравнивать или делать существенно неравными модули коэффициентов обратной связи встречных волн.

 Экспериментальное исследование неизохронности автомодуляционных колебаний позволяет оценить коэффициент фазово-амплитудной связи в кольцевом чип-лазере.

• Параметрическое возбуждение релаксационных колебаний на субгармонике внешнего сигнала, модулирующего накачку в кольцевом чип-лазере,приводит к существенно отличающейся динамике излучения в режимах однонаправленной и двунаправленной генерации. В случае однонаправленной генерации в области параметрической неустойчивости происходит удвоение периода модуляции излучения и имеет место бистабильность. В случае двунаправленной генерации в области параметрической неустойчивости периодический автомодуляционный режим генерации сменяется либо квазипериодическим режимом, либо режимом динамического хаоса.

Апробация результатов работы. Основные положения и результаты диссертационной работы отражены в публикациях в специализированном ведущем научном журнале "Квантовая электроника" и докладывались на международных конференциях: Международной конференции молодых ученых «Оптика-2009» (С.-Петербург), ALT–2011 (Болгария), «Фундаментальные проблемы оптики» – 2011 (С.-Петербург).

Основные результаты диссертации опубликованы в 7 работах (4 статьи, 3 тезисов доклада):

• Аулова Т.В., Золотоверх И.И., Кравцов Н.В., Ларионцев Е.Г., Чекина С.Н. Неизохронность частоты автомодуляционных колебаний в твердотельном кольцевом лазере // Квантовая электроника. – 2010. – Т.40. – С.199-202.

• Аулова Т.В., Кравцов Н.В., Ларионцев Е.Г., Чекина С.Н. Квазипериодический режим автомодуляционных колебаний с низкочастотной импульсной огибающей в кольцевом чип-лазере // Квантовая электроника. – 2011. – Т.41. – С.13-16.

• Aulova T.V., Checkina S.N. "New kinds of oscillations in solid-state ring Nd:YAG lasers", 19<sup>th</sup> International Conference on Advanced Laser Technologies (ALT), Golden Sands resort, Bulgaria, Book of Abstract, p.90 (2011)

• Аулова Т.В., Чекина С.Н. «Новые режимы генерации в твердотельных кольцевых лазерах на Nd:YAG в присутствии внешнего магнитного поля», VII Международная конференция молодых ученых и специалистов «Оптика - 2011», Санкт-Петербург, Россия, Сборник трудов, с.154 (2011)

 Аулова Т.В., Чекина С.Н. «Параметрическое возбуждение релаксационных колебаний на субгармонике внешнего модулирующего сигнала в кольцевом Nd:YAG лазере», VII Международная конференция молодых ученых и специалистов «Оптика -2011», Санкт-Петербург, Россия, Сборник трудов, с.152 (2011)

• Аулова Т.В., Кравцов Н.В., Ларионцев Е.Г., Чекина С.Н. Параметрическое возбуждение релаксационных колебаний на субгармонике внешнего модулирующего

сигнала в кольцевом YAG:Nd-лазере // Квантовая электроника. – 2012. – Т.42. – С.659-662.

• Аулова Т.В., Кравцов Н.В., Ларионцев Е.Г., Чекина С.Н., Фирсов В.В. Управление режимами генерации кольцевого чип-лазера при воздействии постоянным магнитным полем // Квантовая электроника. – 2013. – Т.43. – С.477-480.

*Личный вклад автора.* Все результаты экспериментальных исследований, выполненных в диссертационной работе, получены лично автором, результаты численного моделирования и теоретического анализа, а также подготовка полученных результатов к публикации проводились при его непосредственном участии.

Диссертационная работа состоит из введения, четырех глав, заключения, содержащего выводы, и списка литературы.

Во <u>введении</u> обоснована актуальность выбранной темы диссертации, сформулирована цель работы, отмечены научная новизна, научная и практическая значимость, приведены защищаемые положения и кратко изложено содержание работы по главам.

<u>Первая глава</u> диссертации представляет собой краткий литературный обзор, посвященный твердотельным кольцевым лазерам (ТКЛ). В этой главе перечислены основные типы конструкции твердотельных лазеров, достоинства и недостатки каждого из них. Показано на примерах разных работ, что монолитные кольцевые твердотельные лазеры с полупроводниковой накачкой обладают рядом преимуществ по сравнению с лазерами на дискретных элементах – это как высокая стабильность лазерных параметров, так и низкий уровень внешних технических возмущений, компактность и ряд других конструкционных преимуществ. Далее показано, какое разнообразие теоретических моделей может быть использовано для описания динамики генерации чип-лазера в разных случаях. Эти модели просты в идее, но весьма сложны в реализации, поскольку они должны адекватно описывать наблюдаемые в эксперименте режимы генерации, различные эффекты, и т.д. Многие параметры, используемые в них, не поддаются напрямую измерениям, но требуют уточнения, что является актуальной задачей. Особое внимание уделено обзору различных режимов генерации автономных кольцевых твердотельных лазеров и известным способам их экспериментального наблюдения и управления, из которого видно, что способы управления ТКЛ на дискретных элементах исследованы гораздо шире из-за их относительно простой реализации в смысле использования и введения дополнительных элементов внутрь резонатора ТКЛ. Для монолитных же автономных чип-лазеров вопрос управления их режимами генерации является актуальной задачей.

Bo второй главе приведены результаты исследования температурной зависимости коэффициентов связи встречных волн через обратное рассеяние. Экспериментально обнаружено, что даже в отсутствии амплитудной и частотной невзаимности резонатора практически во всём диапазоне изменения температуры моноблока (активного элемента) имеет место несимметричная обратная связь встречных волн. Дана попытка объяснения обнаруженного факта с помощью модели активной среды с двумя типами центров рассеяния световой волны (встречных волн в кольцевом резонаторе) – на неоднородностях диэлектрической проницаемости и на неоднородностях поглощения (потерь) излучения. Полученная теоретическая оценка качественно совпадает с результатами эксперимента. Так же во второй главе произведено уточнение векторной модели ТКЛ. А именно, из-за того, что в нелинейной системе ТКЛ имеет место явление неизохронности (частота автомодуляционных колебаний зависит от интенсивности внутрирезонаторного поля), стало возможным сравнить экспериментально измеренную неизохронную зависимость частоты автомодуляционных колебаний чип-лазера 0T уровня превышения накачки над порогом с теоретически вычисленной, и дать полученную таким методом оценку фактору амплитудно-фазовой связи α. Он оказался равен 0.2.

В <u>третьей главе</u> продемонстрирован новый эффективный способ управления режимами генерации твердотельного кольцевого чип-лазера с помощью постоянного неоднородного магнитного поля. Показано, что простым перемещением вдоль оси симметрии резонатора постоянного магнита (т.е. изменяя конфигурацию неоднородного постоянного поля) можно получить целый ряд стационарных и нестационарных режимов однонаправленной и двунаправленной генерации. К ним относятся как и широко известный стационарный режим однонаправленной режим однонаправленной генерации с низкочастотной модуляцией, генерации, режим динамического хаоса, квазипериодические режимы, биений с режим равными средними значениями интенсивностей встречных волн (который ранее наблюдался только в ТКЛ на дискретных элементах), так и полученный впервые режим автомодуляционных колебаний с низкочастотной импульсной огибающей. Описаны временные и спектральные характеристики для наблюдавшихся режимов и параметры, при которых ни были получены. Такое разнообразие полученных режимов может быть объяснено тем, что в неоднородном магнитном поле величина частотной и амплитудной невзаимностей кольцевого резонатора изменяется в достаточно широких пределах. Это позволило также экспериментально установить, что при изменении в широких пределах величины оптической невзаимности, зависимость средних значений интенсивностей встречных волн от величины частотной невзаимностиности петлеобразный характер.

В четвертой главе приведены результаты экспериментального и численного исследований динамики генерации ТКЛ с периодической модуляцией накачки при параметрическом возбуждении релаксационных колебаний на субгармонике модулирующего сигнала. Параметрические процессы исследованы при модуляции как в режиме однонаправленной генерации, полученном при наложении магнитного поля на чип-лазер, так и в автомодуляционном режиме первого рода. Показано, что в этих двух случаях отклик чип-лазера на внешнее модулирующее воздействие существенно отличается. В режиме однонаправленной генерации периодическая модуляция накачки с достаточно малой глубиной приводит к синусоидальной модуляции интенсивности излучения с частотой  $f_p$  модуляции накачки. В области же параметрической неустойчивости (если субгармоника f<sub>p</sub>/2 модулирующего сигнала приближается к частоте релаксационных колебаний f<sub>r</sub>) имеет место бифуркация удвоения периода колебаний: отклик лазера на сигнал модуляции существенно возрастает, модуляция излучения становится импульсной, а период следования импульсов Т становится равным двум периодам модуляции  $T_p$  (T=2 $T_p$ =2/ $f_p$ ). Экспериментально обнаружена бистабильность: в зависимости от того, как меняется

частота модуляции накачки, существует две области параметрического резонанса. В случае работы лазера в автомодуляционном режиме первого рода вне области параметрической раскачки релаксационных колебаний модуляция накачки приводит к возникновению квазипериодического режима генерации. Параметрическая неустойчивость же может приводить к переходу лазера в режим динамического хаоса, что зависит от глубины модуляции накачки. При небольших глубинах модуляции наблюдается лишь квазипериодический режим. Область существования режима динамического хаоса, напротив, увеличивается с ростом глубины модуляции.

В заключении сформулированы основные выводы диссертационной работы.

## Глава I

# Динамика излучения автономного ТКЛ (обзор литературы)

Данная глава представляет собой краткий литературный обзор, содержащий основные результаты исследований динамики автономных твердотельных кольцевых лазеров (при постоянных во времени лазерных параметрах). В главе рассмотрены режимы генерации твердотельных кольцевых лазеров с однородно уширенной линией усиления активной среды, описаны способы управления режимами генерации, а также приведены основные уравнения полуклассической теории твердотельных кольцевых лазеров.

### 1. Твердотельный кольцевой лазер

Твердотельный кольцевой лазер (ТКЛ) состоит из кольцевого резонатора, образованного тремя или четырьмя отражающими поверхностями, и активной среды внутри него. В настоящее время известно большое число отличающихся своей конструкцией разновидностей кольцевых твердотельных лазеров [1].

По способу построения кольцевого резонатора и помещения активной среды внутрь него можно выделить три основных конструктивных типа ТКЛ: лазеры, состоящие из дискретных элементов [2-6], полумоноблочные [7-9] и моноблочные лазеры [10-14].

Исследуемый в диссертации чип-лазер имеет моноблочную конструкцию, основной отличительной особенностью которой является то, что все отражающие поверхности находятся на поверхности кристалла активного вещества, благодаря чему появляется возможность конструирования лазеров небольших размеров, и, как следствие, с небольшим уровнем внутрирезонаторных потерь [15,16]. Изготовление моноблочных резонаторов является непростой технологической задачей, включающей в себя изготовление и полировку кристалла активного вещества с заданными геометрическими характеристиками, напыление многослойного диэлектрического отражающего покрытия на одну из граней кристалла. Благодаря своей конструкции, чип-лазеры наименее подвержены внешним возмущениям и их излучение наиболее стабильно. Небольшие геометрические размеры упрощают задачу термостабилизации активного элемента. Введение дополнительных элементов внутрь резонатора чип-лазеров невозможно.

Также можно провести классификацию по способу возбуждения активной среды. В ТКЛ первого поколения использовалась ламповая накачка. В настоящее время наиболее распространенным типом накачки является накачка полупроводниковыми лазерными диодами.

В качестве активной среды ТКЛ наиболее часто используются кристаллы иттрий-алюминиевого граната YAG, легированного ионами трехвалентного неодима Nd<sup>3+</sup> (Y<sub>3</sub>Al<sub>5</sub>O<sub>12</sub>:Nd<sup>3+</sup>). В принципе, в качестве активной среды в ТКЛ возможно использование и других кристаллов. Однако, выбор именно этого кристалла обусловлен его хорошими эксплуатационными характеристиками: оптической однородностью, высокой теплопроводностью, низким порогом генерации [16].

Твердотельный кольцевой лазер с однородно уширенной линией усиления является сложной нелинейной динамической системой. Вследствие наличия конкуренции и связи между встречными волнами в ТКЛ возникает множество режимов генерации, как однонаправленной, так и двунаправленной [17,18]. Стабильность связи встречных волн является ключевым фактором, обеспечивающим стабильность лазерного излучения.

На стабильность связи влияют механические и тепловые возмущения, обратное отражение и рассеяние на элементах резонатора [16,19-21]. В кольцевых чип-лазерах с полупроводниковой накачкой удается обеспечить наиболее высокую стабильность связи, поэтому они хорошо подходят для изучения общих закономерностей в нелинейной динамике сложных систем.

В данной работе будет рассматриваться ТКЛ с неплоским кольцевым резонатором. В общем случае, кольцевой резонатор образован четырьмя

отражающими поверхностями, векторы нормали которых, вообще говоря, некомпланарны. Одна ИЗ возможных конфигураций такого резонатора представлена на рис.1.1. Резонатор образован тремя плоскими отражающими поверхностями, расположенными в точках В, С и D, и одной сферической, в точке А. Сферическая форма отражающей поверхности в точке А обеспечивает устойчивость резонатора. В качестве такой поверхности чаще всего используется сферическое селективное диэлектрическое зеркало, имеюшее высокий коэффициент отражения на длине волны излучения и высокий коэффициент пропускания на длине волны накачки.

На рис. 1.1 также представлена схема хода лучей в четырехзеркальном кольцевом резонаторе. Двухгранный угол  $\beta$  (угол между плоскостями *ABD* и *BCD*) характеризует неплоскостность резонатора (для любого значения  $\beta$  отличного от  $\theta$  и  $\pi$  резонатор является неплоским). Геометрический путь луча в резонаторе состоит из двух равнобедренных треугольников *ABD* и *BCD* с одной общей стороной *BD*. Для того чтобы полностью определить траекторию лучей в резонаторе необходимо задать 4 параметра: углы  $\theta$ ,  $\beta$  и длины отрезков *AB* и *BC*.

Для полного определения характеристик излучения необходимо также задать радиус кривизны сферической поверхности, а также коэффициенты отражения и сдвиги фаз для волн *s*- и *p*-поляризаций при отражении от нее. В случае если



Рис.1.1.Схема четырехзеркального кольцевого резонатора

плоские зеркала вносят какие-либо искажения в поляризацию или фазовые характеристики волн, это также необходимо учитывать.

Поясним физический смысл параметров, используемых для описания характеристик резонатора. Внутренний угол падения  $\theta$  луча на сферическую поверхность определяет как астигматизм резонатора, так И различие коэффициентов отражения для волн *s*- и *p*-поляризаций. Радиус кривизны сферического зеркала определяет устойчивость резонатора. Угол В характеризует неплоскостность.

В работе [22] представлена обшая расчёта методика неплоских резонаторов и нахождения собственных состояний поля внутри него, а в работах [23-25] эти методики применены конкретно к исследуемому чипприведены некоторые другие возможные конструкции лазеру, также кольцевых чип-лазеров. Рассчитаны некоторые характеристики чип-лазера с неплоским резонатором: области устойчивости, поляризационные характеристики, ширина линии излучения и т.д.

Для экспериментальных исследований нелинейной динамики ТКЛ необходима высокая стабильность лазерных параметров и низкий уровень внешних технических возмущений. Столь же необходима возможность гибкого управления параметрами, определяющими режим генерации. К ним относятся кольцевого частотная и амплитудная невзаимности резонатора, отстройка частоты генерации от центра линии усиления (линии люминесценции), модули и фазы коэффициентов обратной связи встречных волн, а также мощность и поляризация накачки.

Рассмотрим некоторые способы управления этими параметрами, уделяя основное внимание монолитному кольцевому чип-лазеру с полупроводниковой накачкой.

Взаимодействие встречных волн обусловлено множеством механизмов: связью через обратное рассеяние на элементах резонатора, нелинейной связью в активной среде, рассеянием на динамических решетках инверсной населенности, частотной и амплитудной невзаимностями кольцевого резонатора и рядом других [17, 18, 26]. В работе [27] рассмотрен ряд оптических невзаимных эффектов, определяющих частотную и амплитудную невзаимность в кольцевых лазерах, а в [28,29] исследовано влияние невзаимностина динамику генерации ТКЛ.

С точки зрения гибкости управления режимами генерации преимущество имеют традиционные лазеры, состоящие из дискретных элементов. Достоинством кольцевого лазера, состоящего из набора дискретных элементов (активного элемента и зеркал), является то, что в нем можно достаточно просто изменять в широких пределах параметры лазера, путем изменения периметра резонатора, положения активного элемента относительно каустики резонатора и т.д. Все это позволяет легко управлять не только выходными характеристиками излучения такого лазера, но и изменять режим (характер) генерации. Однако такой лазер практически не защищен от внешних воздействий, механических вибраций и температурных изменений. Поэтому, добиться высокой стабильности параметров излучения в таком лазере очень трудно.

Монолитные твердотельные кольцевые лазеры (чип-лазеры), по сравнению с другими типами ТКЛ, имеют ряд преимуществ. Для таких лазеров характерны высокая стабильность излучения, малые габариты лазера, высокий КПД, отсутствие высокого напряжения и водяного охлаждения, а также относительная простота термостабилизации всего лазера, и низкий уровень технических шумов, что достигается за счет совмещения в одном кристалле функций активной среды, резонатора и, при необходимости, невзаимного оптического элемента.

Кольцевой чип-лазерпредставляет собой сложную призму (моноблок), выполненную из высококачественного активного кубического монокристалла, конструкция которой обеспечивает за счет полного внутреннего отражения от граней моноблока существование внутри него замкнутого оптического контура. Для повышения устойчивости кольцевого резонатора одна из граней призмы имеет сферическую поверхность, а оптический контур резонатора может иметь плоскую или неплоскую конфигурацию. Ввиду хорошей защищенности от внешних воздействий (вибрация, температурные воздействия и т.п.), монолитная конструкция обеспечивает максимальную механическую жесткость системы, и, как следствие, предельно высокую стабильность параметров лазера.

В качестве активной среды в ТКЛ преимущественно используются монокристаллы иттрий-алюминиевого граната YAG с примесью неодима  $Nd^{3+}(Y_3Al_5O_{12}:Nd^{3+})$ .Это обусловлено удачным сочетанием хороших спектролюминесцентных характеристик, достаточно сильных полос поглощения в удобном для накачки спектральном диапазоне (0.808 – 0.812 мкм), высокой оптической однородностью, низким порогом генерации, высокой теплопроводностью и т.д. <sup>+</sup>).

Для чип-лазеров также характерна и компактность – размер кристалла типичного чип-лазера составляет около 1 см. Высокий КПД, а следовательно, относительно низкая мощность накачки, позволяет работать без водяного охлаждения и значительно облегчает термостабилизацию лазера.

В кольцевом лазере из дискретных элементов существует возможность управления параметрами лазера в достаточно широких пределах (сферичность и коэффициенты пропускания зеркал, длина резонатора, положение активного элемента относительно перетяжки каустики резонатора и т.д.), что позволяет управлять не только выходными характеристиками излучения такого лазера, но и изменять режим генерации. Важно отметить, что в лазерах, состоящих из дискретных элементов, возможно введение в резонатор и дополнительных управляющих элементов (амплитудные модуляторы, фарадеевские и ультразвуковые модуляторы). В случае же чип-лазера такой возможности не существует.

Однако в таких лазерах существуют альтернативные способы управления динамикой излучения. Варьируя коэффициенты связи встречных волн [30-32], превышение мощности накачки над порогом [33], величину частотной и амплитудной невзаимности [28,29] или модулируя параметры лазера [34-41], можно, в принципе, в одном и том же монолитном кольцевом лазере получить большое число режимов генерации.

#### 2. Теоретические модели ТКЛ

При теоретическом описании кольцевых лазеров используется различные подходы. Теоретические модели можно разделить на 2 группы – квантовые [42,43] и полуклассические [44,45]. Квантовая теория широко используется для описания лазеров класса. А (при быстрой релаксации инверсной населенности). В случае двунаправленных кольцевых лазеров с медленной релаксацией инверсной населенности (лазеров класса В) квантовый подход не применялся, и широкое распространение получила полуклассическая теория, основу которой составляют уравнения Максвелла для поля внутри резонатора и система квантовомеханических уравнений для матрицы плотности активных атомов [17,44,45].

При решении конкретных задач используются различные упрощения, которые, хотя и ограничивают общность рассмотрения, но учитывают основные особенности для рассмотрения данной задачи. Так, при теоретическом описании динамики излучения в кольцевых чип-лазерах наиболее часто используется самая простая модель (так называемая стандартная модель ТКЛ, см.[17] и приведенные там ссылки). Эта упрощенная модель использует следующие допущения и приближения:

1. предполагается, что в каждом направлении генерируется только одна продольная мода;

2. рассмотрение ведется в приближении плоских волн;

3. резонатор предполагается плоским;

4. пренебрегается пространственной неоднородностью в поперечном направлении как для инверсии населенностей, так и для накачки;

5. не учитываются дифракционные эффекты;

 поляризация волн предполагается линейной и одинаковой для встречных волн;

7. линия усиления считается однородно уширенной.

В рассматриваемых приближениях поле излучения в кольцевом резонаторе записывается в виде суммы двух встречных волн, распространяющихся вдоль оси резонатора *z*:

$$E(z,t) = Re \left\{ \sum_{1,2} e_{1,2} \tilde{E}_{1,2} \exp[i(\omega t \pm kz)] \right\},$$

$$\tilde{E}_{1,2} = E_{1,2} \exp(i\varphi_{1,2}),$$
(1.1)

где  $\tilde{E}_{1,2}$ ,  $E_{1,2}$  и  $\varphi_{1,2}$  – комплексные амплитуды, модули и фазы полей встречных волн соответственно;  $e_{1,2}$  – единичные векторы поляризации встречных волн.

Динамика свободной генерации одноподового твердотельного кольцевого лазера в отсутствие возмущений, при непрерывной накачке и с учетом сделанных предположений хорошо описывается следующей системой дифференциальных уравнений для комплексных амплитуд встречных волн  $E_{1,2}$  и пространственных гармоник  $N_0$ ,  $N_{\pm}$  инверсной населенности:

$$\begin{split} \frac{d\tilde{E}_{1,2}}{dt} &= -\frac{\omega}{2Q_{1,2}}\tilde{E}_{1,2} \pm i\frac{\Omega}{2}\tilde{E}_{1,2} + \frac{i}{2}\tilde{m}_{1,2}\tilde{E}_{1,2} + \frac{\sigma l}{2T}(1-i\delta)\left[N_{0}\tilde{E}_{1,2} + N_{\mp}\tilde{E}_{2,1}\right],\\ T_{1}\frac{dN_{0}}{dT} &= N_{th}(1+\eta) - N_{0}\left[1 + a\left(\left|\tilde{E}_{1}\right|^{2} + \left|\tilde{E}_{2}\right|^{2}\right)\right] - aN_{+}\tilde{E}_{1}\tilde{E}_{2}^{*} + aN_{-}\tilde{E}_{2}\tilde{E}_{1}^{*},\\ T_{1}\frac{dN_{+}}{dT} &= -N_{+}\left[1 + a\left(\left|\tilde{E}_{1}\right|^{2} + \left|\tilde{E}_{2}\right|^{2}\right)\right] - aN_{0}\tilde{E}_{2}\tilde{E}_{1}^{*},\\ N_{0} &= \frac{1}{l}\int Ndz,\\ N_{\pm} &= \frac{1}{l}\int Ne^{\pm i2kz}dz. \end{split}$$
(1.2)

В этих уравнениях:

 $N_{\rm th}$  – пороговая инверсная населенность,  $Q_{1,2}$  – добротности резонатора для встречных волн, L – длина периметра кольцевого резонатора, T=L/c– время обхода резонатора светом, T<sub>1</sub> – время продольной релаксации, l – длина активного элемента,  $a = \frac{T_1 c \sigma}{8 \hbar \omega n}$  – параметр насыщения,  $\sigma = \frac{\sigma_0}{1 + \delta^2}$  – сечение лазерного перехода,  $\delta$  -относительная отстройка частоты генерации от центра линии усиления,  $\Omega$  - частотная невзаимность.

Такая упрощенная модель, не учитывающая многих факторов, позволяет, тем не менее, в большинстве исследуемых задач получить правильное качественное описание исследуемых явлений. Однако, для получения адекватного количественного описания эта модель для ряда конкретных задач не пригодна. И для того, чтобы какие-то явления, наблюдаемые в эксперименте (например, автомодуляционный режим второго рода [46]), получили строгое теоретическое объяснение, необходимо прибегнуть к использованию других полуклассических моделей. Можно выделить несколько наиболее важных и удобных моделей: это векторные модели [47-51] и модель с двумя линиями усиления [52-54].

В векторной модели учитывается различие поляризаций встречных волн. Поляризация поля полагается заданной и характеризуется двумя произвольными единичными векторами для встречных направлений  $e_{1,2}$ . При этом поле излучения представляется в виде разложения по собственным функциям кольцевого резонатора, а базисными векторами являются векторы поляризации полей встречных волн. Линия усиления предполагается однородно уширенной, как и в стандартной модели, а так же аналогичным образом вводятся коэффициенты связи встречных волн через обратное рассеяние. Исходная система уравнений векторной модели имеет следующий вид:

$$\begin{aligned} \frac{d\tilde{E}_{1,2}}{dt} &= -\frac{\omega}{2Q_{1,2}}\tilde{E}_{1,2} \pm i\frac{\Omega}{2}\tilde{E}_{1,2} + \frac{i}{2}\tilde{m}_{1,2}\tilde{E}_{2,1} + \frac{\sigma l}{2T}\left(N_{0}\tilde{E}_{1,2} + N_{\pm}\tilde{E}_{2,1}\right), \\ T_{1}\frac{dN_{0}}{dT} &= N_{th}(1+\eta) - N_{0}\left(1+\left|\tilde{E}_{1}\right|^{2}+\left|\tilde{E}_{2}\right|^{2}\right) - N_{+}a\tilde{E}_{1}\tilde{E}_{2}^{*} - N_{-}a\tilde{E}_{1}^{*}\tilde{E}_{2}, \\ T_{1}\frac{dN_{+}}{dT} &= -N_{+}\left(1+a\left|\tilde{E}_{1}\right|^{2}+a\left|\tilde{E}_{2}\right|^{2}\right) - \beta N_{0}a\tilde{E}_{1}^{*}\tilde{E}_{2}, \end{aligned}$$
(1.3)  
$$N_{0} &= \frac{1}{l}\int Ndz, \\ N_{\pm} &= \frac{1}{l}\int (\vec{e}_{2,1}^{*}\cdot\vec{e}_{1,2})Ne^{\mp 2ikz}dz, \end{aligned}$$

где  $\beta = \cos^2(\hat{e_1}, \hat{e_2})$  - поляризационный фактор. В работе [50] производилась примерная оценка этого множителя методом сравнения экспериментальной и теоретической зависимости второй релаксационной частоты от частотной невзаимности резонатора ТКЛ, и было получено, что  $\beta = 0.7$  для ТКЛ, работающего в автомодуляционном режиме первого рода с частотой автомодуляции 175 кГц. В [51] учитывалась пространственная неоднородность накачки и поля излучения, оценка множителя  $\beta$  производилась путем сравнения экспериментальных и расчетных зависимостей фазового сдвига автомодуляционных колебаний встречных волн от превышения накачки над порогом. Наилучшее согласие результатов численного моделирования и эксперимента было получено при  $\beta = 0.405$ .

Ещё одной важной моделью, необходимой для описания таких режимов как автомодуляционный режим второго рода, является модель с двумя линиями усиления [16, 52-54]. В ней учитывается реальная структура линии люминесценции кристалла Nd:YAG<sup>3+</sup>,в которой имеются две близкие линии усиления:  $\lambda = 1.0639$  мкм и  $\lambda = 1.0643$  мкм. А вместо отстройки частоты генерации от центра линии усиления  $\delta$  вводится величина  $\delta'$  – относительное расстояние между центрами линий. Одна из компонент усиления более слабая, её интенсивность в спектре люминесценции примерно в три раза меньше другой, и она вносит асимметрию в суммарную линию усиления, что и характеризуется величиной  $\delta'$ . Для полноты описания моделей, приведём здесь систему уравнений модели с двумя линиями усиления:

$$\begin{split} \frac{d\tilde{E}_{1,2}}{dt} &= -\frac{\omega}{2Q_{1,2}}\tilde{E}_{1,2} \pm i\frac{\Omega}{2}\tilde{E}_{1,2} + \frac{i}{2}\tilde{m}_{1,2}\tilde{E}_{2,1} \\ &+ \frac{\sigma l}{2T} \left[ (N_0 + L'^{N_0'})\tilde{E}_{1,2} + (N_{\mp} + L'N_{\mp}')\tilde{E}_{2,1} \right] \\ T_1 \frac{dN_0}{dT} &= N_{th}(1+\eta) - N_0 \left[ 1 + \alpha \left( \left| \tilde{E}_1 \right|^2 + \left| \tilde{E}_2 \right|^2 \right) \right] - N_+ a\tilde{E}_1 \tilde{E}_2^* - N_- a\tilde{E}_1^{**} \tilde{E}_2, \\ T_1 \frac{dN_+}{dT} &= -N_+ \left[ 1 + \alpha \left( \left| \tilde{E}_1 \right|^2 + \left| \tilde{E}_2 \right|^2 \right) \right] - N_0 a\tilde{E}_1^{**} \tilde{E}_2, \end{split}$$
(1.4)  
$$T_1 \frac{dN_0'}{dT} &= N_{th}(1+\eta') - N_0 \\ &- ReL' \left[ N_0' a \left( \left| \tilde{E}_1 \right|^2 + \left| \tilde{E}_2 \right|^2 \right) + N_+' a\tilde{E}_1 \tilde{E}_2^{**} + N_-' a\tilde{E}_1^{**} \tilde{E}_2 \right] \\ T_1 \frac{dN_+'}{dT} &= -N_+' - ReL' \left[ N_+' a \left( \left| \tilde{E}_1 \right|^2 + \left| \tilde{E}_2 \right|^2 \right) + N_0' a\tilde{E}_1^{**} \tilde{E}_2 \right]. \end{split}$$

По сравнению с (1.2, 1.3), в эти уравнения введены дополнительные переменные  $N_0'$  и  $N_{\pm}'$ , которые определяют постоянную составляющую и комплексные амплитуды пространственных гармоник инверсной населенности,

связанных со слабой линией  $L' = \frac{1}{(1 + i\delta')}, \ \delta' = \frac{(\omega_0 - \omega_0')}{T_2} -$ относительное

расстояние между центрами линий люминесценции. Разные интенсивности линий моделируются различными скоростями накачки  $N_{th}\alpha/T_1$  и  $N_{th}\alpha'/T_1$ , где  $\alpha = 1 + \eta$ ,  $\alpha' = 1 + \eta'$ .

Здесь же отметим работу [55], в которой теоретически проанализировано влияние реальной структуры линии усиления на динамику вращающегося кольцевого лазера, и дано обоснование тому, почему при вращении кольцевого лазера, преимущественно подавляется волна, распространяющаяся в направлении вращения лазера.

Уравнения (1.2) - (1.4) являются системами нелинейных дифференциальных уравнений первого порядка и их аналитическое решение возможно лишь для некоторых достаточно простых автомодуляционных режимов генерации. Основными методами исследования динамики излучения ТКЛ являются эксперимент и численное моделирование.

#### 3. Режимы генерации автономных твердотельных лазеров

В твердотельном кольцевом лазере, в зависимости от его параметров и их сочетания, возможны следующие режимы нелинейной динамики излучения:

стационарные режимы с постоянными интенсивностями и частотами,
 равными для встречных волн (режимы стоячей волны, однонаправленной генерации);

- периодические нестационарные режимы (автомодуляционный режим первого рода и режим синфазной автомодуляции);

- режим биений встречных волн;

- квазипериодические режимы (автомодуляционный режим второго рода, режим с удвоением периода автомодуляции);

- режимы динамического хаоса;

Разнообразие генерации обуславливается несколькими режимов факторами: величиной линейной связи встречных волн через обратное рассеяние, нелинейной СВЯЗЬЮ встречных волн на решетках инверсной населенности, а также наличием или отсутствием оптических (амплитудной и частотной) невзаимностей и отстройкой частоты генерации от центра линии усиления. В результате, в зависимости от конкретных условий, могут оказаться устойчивыми как режимы однонаправленной, двунаправленной так И генерации.

ТКЛ, как и другие нелинейные системы, можно разделить на две группы – автономные и неавтономные. В автономных ТКЛ параметры лазера постоянны (не зависят от времени). В неавтономных ТКЛ параметры лазера обычно периодически изменяются во времени.

Возможности управления режимами генерации в неавтономных лазерах гораздо шире, нежели в автономных. Здесь мы не будем останавливаться на подробном обзоре всех режимов генерации неавтономных твердотельных лазеров (см. например, работы [18, 34-39, 56]).

Далее приведем качественное описание режимов генерации автономного ТКЛ, перечислим известные нам способы управления режимами генерации автономных ТКЛ и экспериментальные методы их наблюдения.

#### 3.1. Автомодуляционный режим генерации первого рода

Этот режим был детально изучен как теоретически, так и экспериментально в большом числе публикаций [5,14,17,26,29,57-66]. Он характеризуется противофазной синусоидальной модуляцией интенсивностей встречных волн на частоте автомодуляции: происходит последовательная перекачка энергии из одной волны в другую. На рис. 1.2 представлены осциллограммы и спектры интенсивности излучения ТКЛ, работающего в этом режиме. Частота автомодуляции  $\omega_m/2\pi$  в чип-лазерах обычно составляет 100-300 кГц, тогда как в кольцевых лазерах, состоящих из дискретных элементов, может изменяться от десятков килогерц до нескольких мегагерц.

Частота автомодуляционных колебаний  $\omega_m$  определяется величиной линейной связи встречных волн, которая обусловлена обратным рассеянием на оптических неоднородностях активного вещества, и невзаимностью кольцевого резонатора. В каждой встречной волне присутствует две спектральные компоненты с частотами  $\omega_1$  и  $\omega_2$ . Частота автомодуляционных колебаний  $\omega_m$  равна разности этих собственных частот, а саму автомодуляцию можно рассматривать, как биения между двумя собственными частотами, возникающими в кольцевом резонаторе при наличии линейной связи встречных волн.

Для более чёткого понимания изложенных в следующей главе результатов исследований, полезно здесь уделить внимание взаимосвязи величины обратной связи встречных волн и интенсивности излучения в автомодуляционном режиме первого рода. Впервые этот вопрос обсуждался в [66], и детальное аналитическое исследование было проведено в [29]. В работах [29,67] при решении системы уравнений (1.2) в нулевом приближении по малому параметру  $\varepsilon = 1/\omega_{\rm m}T_1$  (т.е. при пренебрежении колебаниями инверсной населенности на



Рис.1.2. Осциллограммы и спектры интенсивности излучения кольцевого лазера, работающего в автомодуляционном режиме первого рода

28

автомодуляционной частоте), приведено выражение для интенсивности излучения во встречных направлениях чип-лазера:

$$a |E_{1,2}|^2 = I_{1,2}^0 \pm I_{1,2} \sin (\omega_{\rm m} t + \varphi_{1,2}),$$

где  $I_{1,2}^0$  - постоянные составляющие интенсивностей,  $I_{1,2}$  - амплитуды их модуляции,  $\phi_{1,2}$  – фазы огибающих интенсивностей встречных волн. Для противофазной автомодуляции интенсивностей встречных случая волн, отстройке частоты от центра линии усиления  $\delta = 0$ , равной нулю при частотной и амплитудной невзаимности  $\Omega = 0$ ,  $\Delta = 0$ , определено следующее соотношение между величинами  $I_{1,2}^0$  и  $I_{1,2}$ :

$$\frac{I_1^0}{I_2^0} = \frac{I_1}{I_2} = \frac{\omega_{m0}^2}{|d|^2},\tag{1.5}$$

где  $\omega_{m0}$  – частота автомодуляции в отсутствии невзаимности ( $\omega_m = \sqrt{\omega_{m0}^2 + \Omega^2}$ ), a  $d = \left(\frac{\sigma l}{T}\right) (\delta + i) N_1 - \tilde{m}_2$ . В этой же работе получено выражение для d и  $\omega_{m0}$ :

$$|d|^{2} = m_{2}^{2} - m_{1}^{2}m_{2}^{2}\sin^{2}(\theta_{1} - \theta_{2})/[m_{1}^{2} + m_{2}^{2} + 2m_{1}m_{2}\cos(\theta_{1} - \theta_{2})], \quad (1.6)$$

$$\omega_{m0}^2 = m_1 m_2 \cos(\theta_1 - \theta_2) + \frac{m_1^2 m_2^2 \sin^2(\theta_1 - \theta_2)}{m_1^2 + m_2^2 + 2m_1 m_2 \cos(\theta_1 - \theta_2)}.$$
(1.7)

Здесь *m*<sub>1,2</sub>, *θ*<sub>1,2</sub> обозначают модули и фазы коэффициентов связи встречных волн.

В предположении  $\theta_{1,2}$ =0, подставив (1.6) и (1.7) в (1.5), легко получить:

$$\frac{l_1^0}{l_2^0} = \frac{l_1}{l_2} = \frac{m_1}{m_2},\tag{1.8}$$

Автомодуляционные колебания в ТКЛ чувствительны к амплитудной и частотной невзаимностям резонатора. Для простоты, обсудим этот вопрос для случая равных модулей коэффициентов связи  $m_{1,2}$ . При  $\Omega = 0$ ,  $\Delta = 0$  амплитуды интенсивностей волн, согласно (1.8), оказываются равными т.е.  $I_1 = I_2$ . При  $\Omega$ наличии частотной невзаимности растет разность средних значений интенсивностей встречных монотонно уменьшается глубина волн И модуляции. При дальнейшем увеличении  $\Omega$  автомодуляционный режим первого рода переходит В стационарный с неравными режим встречных волн. Наличие амплитудной невзаимности интенсивностями

резонатора приводит к изменению частоты автомодуляции  $\omega_m$  и возникновению дополнительного фазового сдвига [17].

В работе [63] предложен альтернативный способ описания автомодуляционного режима первого рода. В этой работе автомодуляционные колебания рассматриваются как биения двух собственных мод кольцевого резонатора с обратным рассеянием внутри него.

#### 3.2. Режим бегущей волны (однонаправленной генерации).

При ослаблении линейной связи встречных волн до значения, меньшего некоторого критического, в случае малой отстройки частоты генерации от центра линии усиления, в ТКЛ реализуется режим однонаправленной генерации: для  $m = m_1 = m_2$ 

$$m < m_{cr} = \frac{1}{2} \sqrt{\frac{\eta \omega}{QT_1} \left| \cos \frac{\theta_1 - \theta_2}{2} \right|}.$$

Линейная связь встречных волн через обратное рассеяние на режим однонаправленной генерации влияет дестабилизирующе. С ее увеличением однонаправленная генерация становится неустойчивой и в случае преодоления критического значения коэффициентов связи, переходит в режим стоячей волны

$$\sqrt{m_1 m_1} \left| \sin \frac{\theta_1 - \theta_2}{2} \right| = \frac{\eta \omega}{3Q}$$

возникающий при взаимной синхронизации встречных волн. Необходимо отметить, что в монолитных лазерах, как правило, линейная связь оказывается недостаточной для выполнения этого условия, и стационарный режим стоячей волны оказывается неустойчивым.

Режим однонаправленной генерации легко реализуется даже в случае невыполнения условия малой связи при наличии амплитудной невзаимности кольцевого резонатора (когда добротности для встречных волн оказываются неравными) [68]. Амплитудная невзаимность приводит к подавлению одной из волн. В монолитном лазере это достигается при наложении однородного магнитного поля на кольцевой чип-лазер с неплоским резонатором.

Увеличение отстройки частоты генерации от центра линии усиления приводит к изменению характера нелинейной связи встречных волн на решётках инверсной населенности, что дестабилизирующее влияет на режим однонаправленной генерации. Наличие отстройки частоты генерации от центра линии усиления приводит к появлению фазовой составляющей, и наведенные решётки инверсной населённости перестают быть чисто амплитудными (это, в свою очередь, и приводит к изменению характера нелинейной связи). Так, в случае достаточно больших отстроек даже в отсутствии линейной связи встречных воли можно наблюдать бифуркации, приводящие к возникновению регулярных хаотических колебаний интенсивностей встречных волн. Так же, в работах [53, 54] показано, что в случае достаточно сильного влияния второй линии усиления, режим однонаправленной генерации сменяется нестационарным режимом низкочастотных переключений направления распространения излучения (автомодуляционный режим второго рода).

#### 3.3. Режим биений

В режиме биений имеет периодическая модуляция место интенсивностей и разностей фаз встречных волн на частоте биений. Этот во многом аналогичен автомодуляционному режиму первого рода. И режим режимах происходит периодическая модуляция в том И В другом интенсивностей и разностей фаз встречных волн. Основное различие между этими режимами заключается в том, ЧТО В автомодуляционном режиме средние значения частот встречных волн оказываются практически равными, а в режиме биений средние значения частот встречных волн неравны (имеется постоянная разность частот, равная частоте биений).

Режим биений можно получить в ТКЛ при ослаблении конкурентного взаимодействия встречных волн в активной среде [69].

Стабилизация режима биений в автономных ТКЛ возможна с помощью использования обратной связи, создающей внутри резонатора разность потерь

встречных волн, пропорциональную разности их интенсивностей, также с помощью волн автоподсветки, использования внутрирезонаторной генерации второй гармоники, или же в лазере с нелинейным поглотителем.

Суть стабилизации режима биений состоит в ослаблении конкуренции встречных волн, основанном на внесении (создании) дополнительных внутрирезонаторных потерь, зависящих от интенсивностей встречных волн, причем потери для волны с большей интенсивностью должны превышать потери для противоположной волны.

#### 3.4.Квазипериодические и хаотические режимы генерации

Помимо периодических режимов генерации, в ТКЛ возможен целый ряд нестационарных режимов с более сложным характером модуляции излучения, [18,30-34,37,38,56,70-74]. как квазипериодическом, так И хаотическом Возникновение таких режимов в одномодовом ТКЛ обычно обусловлено параметрическим взаимодействием автомодуляционными между И релаксационными колебаниями [75,76].

В режиме динамического излучение представляет собой xaoca последовательность импульсов, амплитуды которых и интервалы следования изменяются во времени нерегулярным образом. Нерегулярность возникает в технических или квантовых шумов и обусловлена спецификой отсутствие пространства нелинейной динамической системы. С точки зрения фазового невозможность) существования в нелинейной теории, возможность (или ТКЛ) динамической системе (каковой является хаотических И режимов определяется размерностью математической описывающей модели, нелинейную систему или размерностью соответствующего фазового пространства [77, 78]. В случае одномодовых ТКЛ с двунаправленной генерацией размерность фазового пространства (система дифференциальных уравнений седьмого порядка в стандартной модели) допускает

существование не только периодических и квазипериодических но и хаотических колебаний [28,30,32,79,80].

#### 3.5. Автомодуляционный режим второго рода

Автомодуляционный режим второго рода теоретически и экспериментально работах [46,52,53,81-84]. исследовался В Этот режим характеризуется периодическим изменением направления генерации (с одной волны на встречную обратно). Для него характерны самопроизвольные И квазипериодические изменения направления распространения лазерного превышающими излучения с частотами, не нескольких килогерц противофазная (низкочастотная автомодуляция интенсивностей встречных Такие низкочастотные переключения направления распространения волн). излучения обычно сопровождаются более быстрой модуляцией интенсивностей встречных волн на частоте релаксационных колебаний.

С увеличением связи через обратное рассеяние автомодуляционный режим второго рода подавляется и переходит в автомодуляционный режим первого рода.

Следует отметить, что автомодуляционный режим второго рода не является периодическим, поскольку детали переходного процесса, которые переключением направления ТКЛ. сопровождаются генерации В не воспроизводятся ОТ цикла К циклу. Автомодуляционные колебания интенсивностей встречных волн в автомодуляционном режиме второго рода сопровождаются модуляцией разности фаз и частот встречных волн. Это приводит к возникновению сложного спектра излучения, характерного для частотно-модулированных сигналов.

В твердотельных кольцевых чип-лазерах с резонатором менее 3 см., насколько нам известно, он до сих пор не наблюдался из-за препятствий в реализации условий его возникновения: невозможность получения малых коэффициентов связи встречных волн при коротком периметре резонатора.

Автомодуляционный режим второго рода может существовать в кольцевом лазере лишь при достаточно слабой линейной связи (*m* <*m*<sub>cr</sub>) и, если говорить о модели с одной линией усиления, достаточно больших отстройках частоты от центра линии усиления [17]. Однако, на практике, возникновение в кольцевом лазере автомодуляционного режима второго рода может быть объяснено наличием второй линии люминесценции в реальной структуре линии усиления активной среды [52-54]. Этот режим, так же как и автомодуляционный режим первого рода, возбуждается в области неустойчивости стационарной однонаправленной генерации, однако механизмы неустойчивости, приводящие к возникновению этих режимов, различны. В случае автомодуляционного режима первого рода стационарная генерация становится неустойчивой при увеличении связи через обратное рассеяние, а для автомодуляционного режима второго рода механизм неустойчивости определяется нелинейной связью встречных волн в усиливающей среде. В этом случае важную роль играет фазовый сдвиг при брэгговских отражениях встречных волн от решеток инверсной населенности. Необходимым условием возникновения неустойчивости является неравенство нулю действительной части восприимчивости активной среды на частоте генерации. Оно может иметь место при значительной отстройке частоты генерации от центра линии усиления, превышающей критическое значение.

Стоит отметить, что в монолитных ТКЛ коэффициенты линейной связи оказываются достаточно большими из-за малого периметра кольцевого резонатора. В этом случае, в соответствии с теорией, автомодуляционный режим второго рода отсутствует.

#### 4. Управление режимами генерации в автономном ТКЛ.

Исследование новых возможностей управления динамикой генерации автономных твердотельных лазеров представляет, несомненно, большой интерес. Для управления режимами генерации кольцевого лазера надо изменять такие параметры лазера как коэффициенты обратной связи встречных волн  $\tilde{m}_{1,2}$ , амплитудная  $\Delta$  и частотная  $\Omega$  невзаимности резонатора, уровень превышения накачки над порогом  $\eta$  и отстройку частоты генерации от центра линии усиления  $\delta$ . В обзоре [17] достаточно подробно изложено, как, в зависимости от этих параметров, возникает тот или иной режим, и описаны условия существования каждого из режимов ТКЛ, которые на сегодняшний день известны.

Bo экспериментальных работах, многих а так же теоретических исследованиях, были предложены И осуществлены конкретные способы управления режимами генерации в автономных ТКЛ. В силу конструкционных различий между разными видами ТКЛ, для управления режимами генерации в кольцевых лазерах на дискретных элементах и кольцевых чип-лазерах могут применяться разные методы. Ниже представлен краткий обзор существующих на сегодняшний день методов управления динамикой генерации в лазерах на дискретных элементах и монолитных ТКЛ.

#### 4.1. Управление режимами генерации в ТКЛ на дискретных элементах.

#### 4.1.1. Изменение параметров лазера.

Преимущество лазеров на дискретных элементах состоит в возможности изменять положение зеркал и активной среды, изменять юстировку лазера и вносить дополнительные элементы внутрь резонатора.

В ранних экспериментах П.А. Хандохина незначительной переюстировкой резонатора достигался переход между автомодуляционными режимами первого и второго рода [83], что обусловлено изменением величины обратной связи. Авторы работы [46] также показали, что обратную связь встречных волн в ТКЛ можно изменять, изменяя настройки кольцевого резонатора (отклонение и параллельное перемещение зеркал и активного кристалла), что существенно влияет на режимы генерации встречных волн. В дополнение к изменению обратной связи в [46] варьировалась и скорость вращения ТКЛ (а,

следовательно, амплитудная и частотная невзаимности). При этом в ТКЛ наблюдался как режим синхронизации встречных волн, так и автомодуляционный режим генерации.

Заметим, что в этих работах изменение настроек резонатора оказывало существенное влияние на обратную связь встречных волн, ввиду того, что для исследований выбирались активные элементы с просветленными И брюстеровскими торцами. Если же выбирать активный элемент с непросветленными торцами, то обратная связь встречных волн будет сильная, в работах [57,85,86] при таком выборе активного элемента наблюдался устойчивый режим стоячей волны. Он оставался устойчивым несмотря на изменения связи встречных волн за счёт изменения настройки резонатора или введения дополнительного зеркала. В работе [46] показано, что режимы с интенсивностями встречных волн могут возникать неравными как при использовании дополнительного обратного зеркала, так и без него (использование дополнительного зеркала приводит к возникновению связи встречных волн с сильно отличающимися модулями коэффициентов обратной связи).

Стоит отметить работы [26,60], в которых был проведен теоретический анализ влияния частотной И амплитудной невзаимности резонатора на динамику генерации ТКЛ. В работе [26] проведено всестороннее исследование влияния частотной невзаимности на режимы генерации вращающегося твердотельного кольцевого лазера. В этой работе была получена Х-образная зависимость средних значений интенсивностей встречных волн от величины частотной невзаимности резонатора (скорости вращения лазера). Полученные результаты (подтверждённые экспериментами) показали, что при изменении частотной невзаимности резонатора можно получить как режимы с равными средними интенсивностями встречных волн, так и режимы однонаправленной генерации. При наличии как частотной, так и амплитудной невзаимностей вместо характеристики во зникают петлеобразные характеристики: Х-образной c однонаправленная генерация лазера переключается с ростом невзаимности одного направления на другое, проходя при этом область двунаправленной генерации и точку с равными интенсивностями встречных волн. В нашей работе на примере динамики кольцевого чип-лазера в магнитном поле будет продемонстрировано наглядное экспериментальное подтверждение таких петлеобразных характеристик.

В работе [60] проводились аналогичные исследования, но при более высоком значении величины частотной невзаимности (если в работе [26] величина отношения  $\frac{\alpha}{\omega/Q}$  не превышала значения 0.2, то в [60] она достигала значения 5.0). Зависимость интенсивностей излучений волн во встречных направлениях от величины частотной невзаимности носила петлеобразный характер. При этом в точке выравнивания интенсивностей встречных волн в области высоких значений частотной невзаимности наблюдался режим биений вращающегося ТКЛ.

В ранних экспериментах по изучению динамики ТКЛ [46,88] было исследовано влияние скорости вращения лазера на режимы генерации. При ТКЛ наблюдались этом В режим синхронизации встречных волн И автомодуляционный режим генерации. Управление величинами амплитудной и частотной невазимностей осуществлялось также посредством введения внутрь резонатора амплитудных И фазовых невзаимных фарадеевских элементов [26,85]. С использованием невзаимных элементов легко получить однонаправленный режим бегущей волны [87]. В работе [88] авторы, меняя соотношения между амплитудной и частотной невзаимностью определили области существования устойчивого режима бегущей волны и области хаотической автомодуляции интенсивностей встречных волн.

В работах [114,115] проводилисьисследованиярежимов генерации вблизи параметрического резонанса: выполнение условия параметрического резонанса  $\omega_{\rm m} = 2\omega_{\rm r}$  достигалось за счет изменения автомодуляционной частоты путём помещения активного элемента в постоянное внешнее однородное магнитное поле, величину которого можно было варьировать. Наложение внешнего магнитного поля приводит к возникновению частотной невзаимности, что, в свою очередь,
приводит к изменению частоты автомодуляционных колебаний чип-лазера. В област параметрического резонанса наблюдалась бифуркация удвоения периода автомодуляционных колебаний, а также возникновение квазипериодических и хаотических режимов – в зависимости от величины магнитного поля и его ориентации относительно резонатора.

#### 4.1.2. Ослабление конкуренции встречных волн.

Для ослабления конкурентного взаимодействия встречных волн необходимо, чтобы волна с большей интенсивностью имела большие потери С этой целью использовались различные нелинейновнутри резонатора. оптические эффекты. Например, В работах [89] был предложен метод ослабления конкуренции встречных волн, основанный на внутрирезонаторной генерации второй гармоники. Нелинейный поглотитель, помещаемый в резонатор, также создаёт дополнительные потери во встречных направлениях, пропорциональные интенсивностям встречных волн. Возможность ослабления конкурентного подавления встречных волн при помещении в резонатор насыщающего поглотителя исследована в [90-95]. Влияние внутрирезонаторного вынужденного комбинационного рассеяния на характеристики ТКЛ во многом внутрирезонаторной генерации второй гармоники, о чем можно аналогичны судить по результатам работы [92], где исследован импульсный ТКЛ на рубине, в резонатор которого помещена комбинационно-активная среда. Однако, высокие пороговые значения интенсивности, требуемые для возникновения ВКР, не этот эффект в ТКЛ на Nd:YAG<sup>3+</sup>, позволяют использовать работающим в режиме свободной генерации. Также, возможность ослабления конкурентного подавления встречных волн при помещении в резонатор насыщающего поглотителя исследована в [93-95]. Ещё один способ ослабления конкуренции встречных волн в ТКЛ проанализирован теоретически в [96], где показана возможность уменьшения ширины области захвата частот встречных волн и расширения области существования режима биений при наличии в резонаторе

ТКЛ нелинейного элемента, осуществляющего обращение волнового фронта, и обсуждены условия осуществления такой возможности. В работе [97] теоретически рассматривалась возможность введения внутрь резонатора ТКЛ фотоупругого кристалла, приводящего не только к возникновению амплитудной невзаимности резонатора, а следовательно, и неравенству потерь для встречных волн, но и к расщеплению частот встречных волн.

В работах [98,99] обсуждена возможность использования магнитооптической цепи обратной связи, создающей разность потерь для встречных волн, пропорциональную разности ИХ интенсивностей. Эти исследования нашли своё продолжение уже в относительно недавних работах [2,3], где был реализован оригинальный способ создания такой обратной связи. В этих работах было экспериментально установлено, что при больших скоростях вращения лазера (при больших частотных подставках) возникаетустойчивый режим биений, в котором частота биений становится прямо пропорциональной угловой скорости вращения лазера (эффект Саньяка) [3]. Одной из целей настоящей диссертационной работы явилось получение такого режима в кольцевом чип-лазере при наложении на него постоянного неоднородного магнитного поля.

В эксперименте [100] цепь обратной связи осуществлялась невзаимным амплитудным фарадеевским элементом, управляемым сигналом, пропорциональным разности интенсивностей встречных волн.

Метод волн автоподсветки основывается на возможности управления коэффициентами усиления встречных волн при возвращении части излучения встречных волн в активную среду под небольшими углами к направлению первоначального распространения. Теоретически и экспериментально метод исследовался в работах [73,101,102].

Поляризационная развязка встречных волн может быть осуществлена при помещении в резонатор ТКЛ фарадеевского элемента и естественных оптических вращателей поляризации и в ТКЛ с неплоским резонатором [103]. Сама по себе, поляризационная развязка не приводит к выравниванию интенсивностей, но

существенно ослабляет связь через обратное рассеяние, поэтому совместное применение поляризационной развязки с методами ослабления конкуренции встречных волн должно способствовать существенному повышению эффективности этих методов (при условии совместимости этих методов). Например, в [94] отмечается, что в ТКЛ на YAG:Nd<sup>3+</sup> в случае неплоского резонатора требуемый коэффициент усиления цепи обратной связи по мощности был примерно на два порядка меньше, чем в плоском резонаторе.

В работах [104-109] были представлены исследования метолов управления режимами генерации многомодового твердотельного кольцевого лазера с синхронизацией мод. Описываются теоретические и экспериментальные исследования методов эффективного управления конкурентной связью встречных волн BO вращающемся ТКЛ, работающем в режиме акустооптической синхронизации мод, основанных на сочетании, с одной стороны - оптикофизических схем акустооптической обратной связи, а с другой стороны - метода волн автоподсветки, с использованием амплитудных и фазовых невзаимных акустооптических эффектов В акустооптическом модуляторе на стоячих и бегущих ультразвуковых волнах.

### 4.2. Управление режимами генерации монолитных чип-лазеров.

Невозможность введения дополнительных элементов в конструкцию монолитного чип-лазера, по сравнению с лазерами на дискретных элементах, казалось бы, существенно ограничивает возможности управления режимами генерации автономных чип-лазеров. Но, несмотря на это, существует ряд успешных исследований В ЭТОМ направлении. Экспериментально были исследованы влияние магнитного поля на генерацию чип-лазеров, изменение введение дополнительной обратной связи. С уровня мощности накачки, твердотельных чип-лазерах наблюдались помощью ЭТИХ методов В однонаправленный генерации, бифуркации удвоения периода режим

автомодуляционных колебаний, квазипериодические и хаотические режимы генерации.

#### 4.2.1. Влияние магнитного поля на кольцевой чип-лазер.

Если говорить о динамике излучения автономного чип-лазера В магнитном поле, то к настоящему времени существует достаточно большое число работ, В которых внешнее однородное магнитное поле было инструментом получения режима одночастотной однонаправленной генерации [5,11,12,16,19,22,110,111]. Многие из проводившихся работ посвящены изучению различных методов стабилизации этого режима. Отметим некоторые из этих работ.

В частности, с помощью теории собственных состояний поляризованных мод, в [22] показано, как именно магнитное поле может привести к однонаправленной генерации в кольцевом чип-лазере.

В работе [110] экспериментально было показано, что относительно действие магнитного поля, наложенного на чип-лазер, приводит к подавлению одной из волн из-за эффекта Фарадея, т.к. в разных участках моноблока изменяются как потери для каждой из поляризационных компонент встречных волн, так и их фазы, что приводит к возникновению добротностей для каждой из компонент (а, следовательно, и амплитудной невзаимности встречных волн). Так же было показано, как сильно изменение магнитного поля влияет на изменение поляризации выходного излучения.

В работах [16,17,111] было показано, что сочетание невзаимного фарадеевского вращения поляризации в активном веществе, взаимного поворота поляризации неплоским контуром и поляризационных свойств выходного зеркала может привести к стабильной одночастотной генерации в монолитных ТКЛ.

Насколько нам известно, все исследования по влиянию магнитного поля на динамику генерации автономного чип-лазера проводились с использованием

лишь однородного магнитного поля, действие которого приводило к подавлению одной из волн и, как следствие, к однонаправленному режиму генерации. Таким, образом, представляют интерес исследования действия неоднородного магнитного поля на чип-лазер. Это связано с тем, что, при качественном рассмотрении, можно понять, что действие неоднородного магнитного поля приводить к более значительным амплитудным должно И частотным невзаимностям резонатора, нежели однородного, поскольку, аналогично сказанному в [110], в неоднородном магнитном поле не будет происходить компенсации разности поляризаций, возникающих на разных участках оптического пути при повороте поляризации из-за эффекта Фарадея.

#### 4.2.2. Управление параметрами чип-лазера.

Основным механизмом, приводящим к возникновению бифуркаций и переходу в квазипериодические и хаотические режимы, являются параметрические процессы взаимодействия между автомодуляционными и релаксационными колебаниями [30-32,65].

Одна из областей параметрического резонанса существует при слабой линейной связи (*m* <*m*<sub>cr</sub>) и отсутствии частотной невзаимности. В этом случае возникает резонанс между двумя релаксационными частотами:

$$(\omega_r^{(1)})^2 = (\omega_r^{(2)})^2 = 2\omega_r^2.$$

В окрестности ЭТОГО параметрического резонанса могут возникать автомодуляционный режим второго рода и режим динамического хаоса. Однако слабая линейная характерна для лазеров с малым периметром связь не резонатора (каковым является чип-лазер), поэтому автомодуляционный режим до сих пор, насколько нам известно, не второго рода В таких лазерах наблюдался.

Помимо параметрического резонанса между релаксационными частотами  $\omega_r^{(1)}$  и  $\omega_r^{(2)}$ , возможен также резонанс между основной релаксационной частотой и частотой  $\omega_r^{(2)}$ . Он имеет место, когда оптическая невзаимность резонатора

Ω оказывается равной ω<sub>r</sub>/2. Возможность возникновения режима динамического хаоса в этой области была теоретически показана в работах [75,80].

В лазере, работающем в однонаправленном автономном кольцевом режиме бегущей волны, необходимым условием возбуждения хаотических колебаний является наличие резонанса квазипериодических и частотами [79,80,112-114]. Как уже было между **ДВУМЯ** релаксационными сказано выше, в однонаправленном твердотельном кольцевом лазере существует три релаксационные частоты, одна из которых совпадает с релаксационной частотой линейного твердотельного лазера, а две другие – вырождаются в случае отсутствия частотной невзаимности резонатора. В работе [79] показано, что условие

$$2 \Omega = \omega_1$$

является условием возбуждения параметрического резонанса между двумя релаксационными колебаниями (ω<sub>r</sub>= ω<sub>r</sub><sup>(1)</sup>(Ω)). Выполнение этого условия приводит к потере устойчивости режимом бегущей волны и к возникновению квазипериодических и хаотических режимов генерации.

При достаточно большой линейной связи ( $m > m_{cr}$ ), когда лазер работает в автомодуляционном режиме первого рода, оказываются возможными параметрические резонансы другого типа, обусловленные взаимодействием автомодуляционных колебаний релаксационными [30,32]. с Основные параметрические резонансы имеют место при

$$\omega_{\rm m} = 2\omega_{\rm r},$$

$$\omega_{\rm m} = 2\omega_{\rm r1},$$

$$\omega_{\rm m} = \omega_{\rm r} + \omega_{\rm r1}.$$
(1.9)

Помимо вышеупомянутых работ, существуют другие методики достижения зон параметрического резонанса в автономном кольцевом чиплазере. Все эти методики связаны с варьирование частот автомодуляционных и релаксационных колебаний лазера путём изменения одного или нескольких управляющих параметров. Так, в ряде работ [30-32,65] авторы, продемонстрировав различные конструкции для введения дополнительной обратной связи (используя зеркало с пьезоэлектрической подложкой и/или систему поляризаторов Николя с поворотной пластиной), показали возможность перехода динамики генерации чиплазера из автомодуляционного режима первого рода к режимам сложной формы и динамическому хаосу. Введение дополнительной обратной связи позволило управлять коэффициентами (модулем и фазой) связи встречных волн через обратное рассеяние, а, следовательно, и частотой автомодуляционных колебаний. Таким образом, выполнение условий параметрического резонанса (1.9) достигалось за счет изменения частоты автомодуляционных колебаний.

B работе [33] условия  $\omega_{\rm m} = 2\omega_{\rm r}$ достигалось за счет изменения релаксационной частоты путём изменения превышения уровня накачки над При этом теоретически и экспериментально исследовалась эволюция порогом. автомодуляционных колебаний при плавном изменении этого управляющего параметра. Было установлено, что существует область изменения уровня превышения накачки над порогом, в которой возникала бифуркация удвоения периода автомодуляционных колебаний, при этом обнаружена существенная несимметрия бифуркационных временных и спектральных диаграмм для волн во встречном направлении, что может объясняться наличием амплитудной невзаимностии неравенством модулей коэффициентов обратной связи встречных волн.

Здесь можно упомянуть и работы [35-40,65] по управлению режимами генерации неавтономных лазеров. В них параметрическое взаимодействие автомодуляционных и релаксационных колебаний приводило к возникновению или динамического периода подавлению режима xaoca, режиму удвоения автомодуляционных колебаний. а также режиму квазипериодической С автомодуляцией встречных волн. Сами же хаотические и квазипериодические режимы являлись результатом параметрического взаимодействия частоты внешней модуляции параметров лазера (накачки, длины резонатора) с автомодуляционными и релаксационными частотами.

В экспериментальных исследованиях [115] был предложен эффективный метод получения однонаправленной одночастотной генерации с использованием акустооптического изолятора. Существенное влияние обратной оптической связи дифрагировавшего на ультразвуковой решетке излучения с основной волной приводит к возникновению частотной и амплитудной невзаимностей [116], что влечёт за собой подавление одной из волн и усиление другой.

В работе [117] теоретически показано, что в зависимости от начальных условий, возможно существование двух сценариев развития динамики генерации кольцевого чип-лазера (две ветви генерации). С изменением уровня превышения накачки над порогом, в широком диапазоне изменения амплитудной невзаимности, на первой ветви чип-лазер может работать в автомодуляционном режиме, затем претерпевать бифуркацию удвоения периода, и переходить к генерации в квазипериодическом режиме с удвоенным периодом следования импульсов. При развитии сценария по второй ветви, с увеличением уровня накачки над порогом в широком диапазоне изменения амплитудной невзаимности, существуют области параметров, В которых возможна генерация изменения чип-лазера R автомодуляционном режиме первого рода, квазипериодическом режиме, режиме динамического хаоса, автомодуляционном режиме с бифуркацией удвоения квазипериодическом режиме с удвоенным периодом следования периода, импульсов. Однако, в эксперименте наблюдался сценарий развития динамики генерации лишь по первой ветви. Это расхождение автор связывает влиянием технических и естественных шумов на динамику генерации ТКЛ в области параметрического резонанса между автомодулционными и релаксационными колебаниями.

В заключение отметим, что, несмотря на большое число работ, вопрос влияния параметров чип-лазера на режимы его генерации, до сих пор остается слабо изученным и представляет большой практический и теоретический интерес.

# Глава II

# Влияние температуры моноблока и магнитного поля на параметры кольцевого чип-лазера и частоту автомодуляционных колебаний

В настоящей главе изложены результаты экспериментальных исследований, в которых было установлено, что температура лазерного моноблока влияет на коэффициенты обратной связи встречных волн. Варьируя температуру, можно контролировать отношение модулей коэффициентов связи для встречных волн. Проведено исследование неизохронности частоты автомодуляционных колебаний, что позволило найти фактор амплитудно-фазовой связи (в полупроводниковых лазерах этот фактор обычно называют фактором Генри).

## 1. Экспериментальная установка

Исследовался монолитный кольцевой чип-лазер, описанный в главе 1 (рис.2.1). Угол неплоскостности резонатора составляет  $\beta = 80^\circ$ , а угол выхода излучения  $\theta \approx 30^\circ$ . Геометрический периметр резонатора равен 2.7 см.

Выходное зеркало с интерференционным диэлектрическим покрытием обеспечивало устойчивость резонатора и имело радиус кривизны 50 мм. Коэффициент прозрачности выходного зеркала на длине волны генерации  $\lambda$ =1.064 мкм составлял 1%, а на длине волны накачки  $\lambda$ =0.810 мкм был равен  $\approx$  90%. Экспериментальные исследования проводились при одномодовой генерации в каждом из встречных направлений.

Принципиальная схема установки, на которой проводились эксперименты, представлена на рис.2.2

Возбуждение чип-лазера **1** производилось по продольной схеме через сферическую поверхность выходной грани полупроводниковым многомодовым излучателем DL-500-810 с длиной волны  $\lambda = 0.810$  мкм **2**, которая хорошо совпадает с линией поглощения ионов Nd<sup>3+</sup> в матрице кристалла. Мощность полупроводникового

излучателя составляла 250 мВт. Пороговая мощность накачки было равна 45 мВт. Оптическая система формировала излучение полупроводникового лазера на сферическую поверхность выходной грани моноблока таким образом, чтобы обеспечить оптимальное согласование излучения накачки с каустикой чип-лазера. Блок питания лазерного диода **3** позволял плавно регулировать мощность накачки.



Рис.2.1. Внешний вид моноблока кольцевого чип-лазера



Рис.2.2. Схема экспериментальной установки: 1 – ТКЛ на YAG:Nd<sup>3+</sup>; 2 – полупроводниковый диод накачки; 3 – питание диода накачки; 4 – дихроичное зеркало; 5 – светофильтр; 6 – фокусирующие линзы; 7 – фотоприемники; 8 – спектранализатор; 9 – компьютер; 10 – микрохолодильник; 11 – блок регулировки температуры.

Частота автомодуляционных колебаний  $\omega_m$  сильно зависит как от величины связи встречных волн через обратное рассеяние внутри активного элемента, так и от обратного рассеяния вне резонатора (от поверхностей лазерного диода, сопутствующей ему оптики, фотоприемников) Для ослабления паразитной связи встречных волн на внерезонаторных элементах использовался развязывающий элемент – поворотное селективное дихроичное зеркало 4 с высоким, порядка 99%, коэффициентом отражения на длине волны генерации  $\lambda = 1.064$  мкм и прозрачным (коэффициент прозрачности составлял порядка 90%) на длине волны накачки  $\lambda = 0.810$  мкм. Этот элемент устанавливался под углом приблизительно 45° к оптической оси системы на специальную жестко фиксированную площадку. Светофильтр ИКС-6 5 служил для предотвращения попадания отраженного от кристалла излучения накачки на фотоприемники.

Излучение встречных волн лазера фокусировалось линзами 6 на ~1ГГц. широкополосные фотоприемники ЛФД 7 с полосой пропускания Фотоприемники и фокусирующие линзы выставлялись таким образом, чтобы обратное отражение от них не попадало в апертуру лучей чип-лазера. С фотоприемников сигнал подавался на четырёх лучевой осциллограф Tektronix-2016 8 на компьютер 9, подсоединённый к спектранализатору на АЦП 20-12-РС1.

Чип-лазер помещался в микрохолодильник **10**, который позволяет поддерживать температуру кристалла постоянной с точностью до  $\approx 0.01^{\circ}$ C и плавно изменять в диапазоне от 14.0°C до 26.0°C. Стабилизация и контроль температуры лазерного диода осуществлялись с точностью  $\approx 0.1^{\circ}$ C с помощью блока управления **11**. Нестабильность тока накачки лазерного диода не превышала 0.1 %.

Исследования проводились при уровне превышения накачки над пороговым значением в диапазоне  $0.02 < \eta < 0.85$ , значение тока накачки при этом изменялось в интервале от 408 мА до 740 мА. При  $\eta = 0.16$  частота автомодуляции  $\omega_m/2\pi$  составляла 212 кГц, а релаксационная частота  $\omega_r/2\pi$  равнялась 91 кГц.

Система термостабилизации позволяла плавно изменять температуру моноблока от 20 до 30°С; как показали проведенные в настоящей работе исследования, это приводило к плавному изменению ряда лазерных параметров. В рабочих точках температура исследуемого лазера поддерживалась с погрешностью 0.05 °С.

Используя экспериментально полученные осциллограммы и спектры автомодуляционных колебаний интенсивностей I<sub>1</sub> и  $I_2$  встречных волн, мы получили зависимости частоты автомодуляции  $\omega_m$  и основной релаксационной частоты $\omega_r$ от превышения мощности накачки над порогом генерации  $\eta$ . Измерялась также разность фаз автомодуляционных колебаний во встречных волнах, что, как известно (см. [67]), позволяет определить амплитудную невзаимность кольцевого резонатора

# 2. Влияние температуры моноблока на соотношение коэффициентов связи встречных волн через обратное рассеяние

В проведенных нами экспериментальных исследованиях было обнаружено влияние температуры активного элемента на соотношение интенсивностей встречных волн в автомодуляционном режиме. Из этого факта следует вывод, что изменение температуры моноблока приводит к изменению модулей коэффициентов обратной связи встречных волн. Обнаружено существование температурных областей, в которых значение интенсивностей излучения во встречных направлениях существенно не равны.

Графики зависимости максимумов интенсивности от температуры активной среды представлены на рис.2.3.

Переход от одной области к другой сопровождается перераспределением энергии излучения между встречными волнами: более сильная волна в области, лежащей слева от точки перехода, становится боле слабой в области справа от точки перехода, и наоборот.

Для исследованного чип-лазера обнаружено четыре таких температурных области (см.рис.2.3). Точки перехода соответствуют значениям температуры  $T = 17.1^{\circ}C$ ,  $T = 17.4^{\circ}C$  и  $T = 20.6^{\circ}C$ , при которых средние значения и значения максимумов интенсивностей во встречных лучах выравниваются. Отношение максимумов интенсивностей излучения во встречных направлениях  $I_1^{max}/I_2^{max}$  при изменении температуры в пределах от 14.9°C до 24.2°C изменялось от 0.74 до 1.48.



Рис.2.3. Зависимость максимумов интенсивностей встречных волн (I<sub>1</sub> и I<sub>2</sub>) от температуры активного элемента

Таким образом, для дальнейших исследований было взято две рабочие температуры активного элемента: в точке  $T = 16.7^{\circ}C$  соотношение максимумов интенсивностей  $I_1^{max}/I_2^{max}$  равнялось 1.47, а в точке  $T = 24.1^{\circ}C$   $I_1^{max}/I_2^{max}$  составляло 0.77.

Здесь стоит отметить, что в точках равной интенсивности встречных волн исследования не проводились  $(I_1^{max}/I_2^{max} = 1)$ , ввиду нестабильности автомодуляционного режима с равными интенсивностями встречных волн в зоне перехода между областями (в силу технических флуктуаций температуры).

Качественно возможность возникновения неравенства модулей коэффициентов связи встречных волн  $m_{12}$  в кольцевом чип-лазере можно объяснить, используя модель с двумя типами центров обратного рассеяния: на неоднородностях показателя преломления и на неоднородностях поглощения (потерь) излучения внутри

резонатора.Коэффициенты связи встречных волн через обратное рассеяние на этих центрах представим в следующем виде:

$$\widetilde{m}_{1,2} = \frac{\omega}{L} \int_0^L \left( \varepsilon_0(z) + i \frac{4\pi}{\omega} \gamma_0(z) \right) \cdot e^{\mp 2ikz} dz,$$

где  $\gamma_0$  – проводимость, отражающая наличие объемных потерь в резонаторе,  $\varepsilon_0$  – диэлектрическая проницаемость среды,  $\omega$  – частота генерации, L – периметр резонатора. Интегрирование проводится вдоль направления оптического пути в резонаторе (z). Действительно, если предположить, что в среде отсутствуют центры поглощения, т.е. связь встречных волн происходит только через рассеяние на неоднородностях показателя диэлектрической проницаемости среды, то формула для коэффициентов связи примет вид:

$$\widetilde{m}_{1,2} = \frac{\omega}{L} \int_0^L \varepsilon_0(z) \cdot e^{\mp 2ikz} dz.$$

Легко посчитать вклад в коэффициенты обратной связи от рассеяния на неоднородности диэлектрической проницаемости  $\varepsilon_0 \delta(z_{\varepsilon})$ , расположенной в точке с координатой  $z_{\varepsilon}$ , (здесь  $\delta(z_{\varepsilon})$  – дельта-функция Дирака):

$$\widetilde{m}_{1,2} = \frac{\varepsilon_0 \omega}{2kL} e^{\pm \vartheta},$$

где  $\vartheta = 2kz_{\varepsilon} - \frac{\pi}{2}$ . В этом случае коэффициенты связи являются комплексно сопряженными числами, а модули их равны:  $m_1 = m_2 = \frac{\varepsilon_0 \omega}{2kL}$ .

Аналогично, в случае связи встречных волн через рассеяние на неоднородностях коэффициента поглощения, модули коэффициентов связи окажутся равными  $m_1 = m_2 = \frac{2\pi\gamma_0}{kL}$ , а сами комплексные коэффициенты будут антикомплексносопряженными.

Таким образом, модули коэффициентов линейной связи встречных волн будут равными, если в среде присутствует только один из видов рассеивающих центров. Если учитывается как наличие неоднородностей диэлектрической проницаемости активной среды, так и неоднородностей коэффициента поглощения, то модули коэффициентов линейной связи оказываются, в общем случае, не равны:

$$m_1 = \sqrt{\frac{\varepsilon_0^2 \omega^2}{4k^2 L^2} + \frac{4\pi^2 \gamma_0^2}{L^2 k^2} - \frac{2\pi \varepsilon_0 \gamma_0 \omega}{L^2 k^2}} \sin(2kl),$$
(2.1)

$$m_{2} = \sqrt{\frac{\varepsilon_{0}^{2}\omega^{2}}{4k^{2}L^{2}} + \frac{4\pi^{2}\gamma_{0}^{2}}{L^{2}k^{2}} + \frac{2\pi\varepsilon_{0}\gamma_{0}\omega}{L^{2}k^{2}}}\sin(2kl),$$

где *l* - расстояние между центрами неоднородностей обоих типов.

Сделаем качественную оценку влияния температуры моноблока на коэффициенты связи  $m_{1,2}$ . При изменении температуры, происходит как линейное расширение активной среды, так и изменение её показателя преломления, поэтому справедливы следующие формулы:

$$l = l_0 (1 + \beta T),$$

$$k = \frac{2\pi}{\lambda} n_0 (1 + \kappa T),$$
(2.2)

где *T* - температура моноблока. При расчетах брались табличные величины коэффициента линейного температурного расширения  $\beta \cong 6.8 \times 10^{-6}$  1/К, термооптической постоянной  $\kappa \cong 9.9 \times 10^{-6}$  dn/dT, коэффициента преломления  $n_0=1.82$ , длина волны  $\lambda = 1.064$  мкм,  $\varepsilon_0 = 0.66 \times 10^{-4}$ ,  $\gamma_0 = 9.23 \times 10^9 \text{ c}^{-1}$ .

Для оценки величины  $l_0$  были взяты две характерные точки равенства модулей коэффициентов связи встречных волн, известные из эксперимента – это  $T_1 = 17.4^{\circ}$ С и  $T_2 = 20.6^{\circ}$ С (см.рис.2.3). Из формул (2.1) видно, что различие коэффициентов связи встречных волн обуславливается присутствием слагаемого  $\frac{2\pi\varepsilon_0\gamma_0\omega}{L^2k^2}\sin(2kl)$  в выражении для этих коэффициентов. А значит, и утверждение о том, что две соседние точки равенства коэффициентов  $m_{1,2}$  отстоят друг от друга на период функции  $\sin(2kl)$  кажется вполне справедливым. Согласно этому предположению, легко получить систему уравнений:

$$\begin{cases} 2k_1l_1 = \pi q\\ 2k_2l_2 = \pi(q+1), \quad q \in \mathbb{Z}, \end{cases}$$

которая означает, что фазы функции sin(2kl) в точках  $T_1 = 17.4^{\circ}C$  и  $T_2 = 20.6^{\circ}C$  различаются на  $\pi$ . Здесь  $k_1$ ,  $l_1$  и  $k_2$ ,  $l_2$  - волновое число коэффициентов связи  $m_{1,2}$  и длина резонатора , соответственно, в точках  $T_1 = 17.4^{\circ}C$  и  $T_2 = 20.6^{\circ}C$ . Решив эту систему уравнений, получаем оценку для величины  $l_0 \cong 1.14$  см., что вполне может соответствовать реальности.



Рис. 2.4. Теоретически рассчитанная зависимость линейных коэффициентов связи встречных волн от температуры моноблока (активной среды)

На рис. 2.4 изображена качественная зависимость модулей коэффициентов связи встречных волн от температуры, рассчитанная по формулам (2.1).

# 3. Неизохронность автомодуляционных колебаний (экспериментальные результаты).

Неизохронность автомодуляционных колебаний (зависимость частоты автомодуляционных колебаний от их амплитуды), является одной из особенностей, присущих нелинейным автоколебательным системам [118-121]. В лазерах, являющихся одним из видов автоколебательных систем, представляет интерес исследование возможной неизохронности как оптических частот лазерного поля, так и частот автомодуляционных колебаний интенсивности лазерного излучения.

Ранее в [122] было показано, что наличие неизохронности в системе позволяет определить фактор амплитудно-фазовой связи  $\alpha = \alpha_1 + \alpha_2$ . Этот фактор учитывает вклад

действительной части показателя преломления среды в коэффициенты связи встречных волн через обратное рассеяние(обусловленной как резонансными процессами на рабочем переходе ( $\alpha_1$ ), так и нерезонансными процессами ( $\alpha_2$ ) с рабочих уровней под действием излучения накачки.)

К возникновению амплитудно-фазовой связи в твердотельном лазере могут приводить такие факторы как сложная структура линии усиления, отстройка частоты генерации от центра линии усиления, изменение показателя преломления активной среды в процессе накачки лазера из-за различия поляризуемости рабочих уровней [123,124]. Так, в отсутствии отстройки частоты генерации от центра линии усиления, действительная часть диэлектрической проницаемости среды обращается в 0, таким образом, в этом случае в среде значительную роль играют процессы усиления и затухания встречных волн. В случае же ненулевой отстройки частоты генерации от центра линии усиления активной среды, имеет место изменение показателя преломления всей среды (действительная часть диэлектрической проницаемости принимает ненулевое значение). Следовательно, частоты и набеги фаз для волн во встречных направлениях становятся разными. В этом случае можно говорить о присутствии амплитудно-фазовой связи, а по величине фактора амплитуднофазовой связи можно судить о степени влияния слабой линии усиления в кристалле  $YAG:Nd^{3+}$ Так, амплитудно-фазовая приводит к возникновению СВЯЗЬ автомодуляционного режима второго рода, что обусловлено присутствием слабой линии люминесценции в активной среде. Таким образом, при исследовании неизохронности системы ТКЛ, уместно было бы оценить степень влияния второй линии усиления в исследуемом чип-лазере.

В работе [122] было показано, что в одномодовом (линейном или однонаправленном кольцевом) лазере явление неизохронности частоты генерации объясняется учетом вклада спонтанного излучения (квантовых флуктуаций) в генерируемую моду.

Отметим, что в двунаправленном кольцевом лазере, в отличие от однонаправленного, даже в случае одномодовой генерации в каждом направлении частоты встречных волн могут зависеть от их интенсивностей иначе. В свою очередь, значительную часть информации о частотах многомодового лазера (в том числе, и о неизохронности системы) можно получить при анализе спектра биений генерируемых мод. Автомодуляционные колебания первого рода в твердотельном кольцевом лазере (ТКЛ) можно рассматривать как биения между оптическими колебаниями на двух собственных частотах, возникающих в кольцевом резонаторе при наличии связи встречных волн [17,63]. Частота автомодуляционных колебаний ω<sub>m</sub> оказывается равной разности этих собственных частот.

При выбранных температурах активной среды проводились исследования зависимости частоты автомодуляционных колебаний выходного излучения чип-лазера от их амплитуды. В процессе экспериментов регистрировались амплитудные, частотные и спектральные характеристики выходного излучения двунаправленного кольцевого лазера, работающего в автомодуляционном режиме первого рода.

Результаты проведенных исследований представлены на рис.2.4 и рис.2.5. На рис.2.4 представлены результаты исследований в первой рабочей точке T=16.7°C, в которой соотношение максимумов интенсивностей  $I_1^{max}/I_2^{max}$  составляет 1.47.

Отметим, что пороговое значение тока накачки составляло 404 мА. В свою очередь, значение интенсивности излучения чип-лазера было нормализовано на значение интенсивности излучения в обычных условиях:  $T = 22.0^{\circ}C$ ,  $\eta = 0.25$ , в отсутствие магнитного поля.

Уровень превышения накачки над порогом при этой температуре изменялся от  $\eta = 0.01$  до  $\eta = 0.47$ . При этом происходило изменение амплитудных и частотных характеристик излучения чип–лазера. А именно, автомодуляционная частота  $\omega_m/2\pi$  изменялась в пределах от 202.4 до 235.2 кГц, а относительная интенсивность излучения – от 0.24 до 2.46 отн.ед..

В области накачек  $\eta = 0,17 - 0,32$  наблюдалась бифуркация: происходил переход к режиму удвоения периода. Соответствующие осциллограммы интенсивностей встречных волн представлены на рис.2.6.

Аналогичные зависимости автомодуляционной частоты от уровня превышения накачки и интенсивности излучения для второй рабочей точки 24.1°C, в которой отношение максимумов интенсивностей  $I_1^{max}/I_2^{max}$  равно 0.77 представлены на рис.2.5. Здесь накачка изменялась в тех же пределах, что и при T = 16.7°C, при этом



Рис.2.4. Графики зависимости автомодуляционной частоты  $f_{\rm m} = \omega_{\rm m}/2\pi$  от уровня превышения накачки над порогом  $\eta$  и средней интенсивности излучения при температуре кольцевого резонатора T = 16.7°C в отсутствии магнитного поля



Рис.2.5. Графики зависимости автомодуляционной частоты  $f_{\rm m} = \omega_{\rm m}/2\pi$  от уровня превышения накачки над порогом  $\eta$  и средней интенсивности излучения при температуре кольцевого резонатора T = 24.1°C в отсутствии магнитного поля



Рис.2.6. Осциллограммы интенсивностей излучения чип-лазера при T = 16.7°C, H = 0 в автомодуляционном режиме ( $\eta$  = 0.15) (а) и автомодуляционном режиме с удвоенным периодом ( $\eta$  = 0.25) (б)

# 4. Оценка величины фактора амплитудно-фазовой связи

Анализ сравнительных амплитудно – частотных характеристик излучения чиплазера при T = 16.7°C ( $I_1^{max}/I_2^{max} = 1.47$ ) и при T = 24.1°C ( $I_1^{max}/I_2^{max} = 0.77$ ), представленных на рис.2.7, показывает, что на неизохронный характер системы оказывает значительное влияние соотношение интенсивностей встречных волн, которое однозначно определяет отношение коэффициентов линейной связи встречных волн через обратное рассеяние (как было показано в п.3 гл.I):

$$\frac{l_1^{max}}{l_2^{max}} = \frac{m_1}{m_2},\tag{2.3}$$

В работе [125] была предпринята попытка дать теоретическое объяснение Ранее наблюдаемому явлению. при теоретическом анализе характеристик автомодуляционных колебаний первого рода обычно использовалась, как было сказано в разделе 1.2, стандартная модель твердотельного кольцевого лазера. Однако, для интерпретации полученных результатов была рассмотрена более общая модель, в которой фактор амплитудно-фазовой связи  $\alpha = \alpha_1 + \alpha_2$ , учитывающий вводится влияние поляризуемости среды, обусловленное как резонансными процессами



Рис.2.7. Сравнительные характеристики неизохронности при T=16.7°C и T=24.1°C

усиления на рабочем переходе ( $\alpha_1$ ), так и нерезонансными переходами с рабочих уровней ( $\alpha_2$ ) под действием излучения накачки.

Для резонансных переходов в случае однородного уширения линии усиления фактор  $\alpha_1$  определяется выражением  $\alpha_1 = (\omega_0 - \omega_n)/\gamma$ , где  $\omega_0$  и  $\gamma$  - центральная частота и полуширина линии усиления соответственно.

Таким образом, принятая в стандартной модели система уравнений преобразуется к виду:

$$\frac{d}{dt}\tilde{E}_{1,2} = -\frac{\omega_C}{2Q_{1,2}}\tilde{E}_{1,2} + \frac{i}{2}\tilde{m}_{1,2}\tilde{E}_{2,1} + \frac{\sigma l}{2T}(1-i\alpha)(N_0\tilde{E}_{1,2} + N_{\pm}\tilde{E}_{2,1}),$$

$$T_1\frac{dN_0}{dT} = N_{th}(1+\eta) - N_0\left[1 + a\left(\left|\tilde{E}_1\right|^2 + \left|\tilde{E}_2\right|^2\right)\right] - (aN_+\tilde{E}_1\tilde{E}_2^* + aN_-\tilde{E}_2\tilde{E}_1^*),$$

$$T_1\frac{dN_+}{dT} = -N_+\left[1 + a(\left|\tilde{E}_1\right|^2 + \left|\tilde{E}_2\right|^2)\right] - aN_0\tilde{E}_2\tilde{E}_1^*,$$

$$N_- = N_+^*.$$

Все обозначения сохраняются.

Для теоретического исследования зависимости частоты автомодуляционных колебаний первого рода от параметров кольцевого лазера в рамках вышеописанной модели в [125] были сделаны следующие допущения:

- разность фаз коэффициентов связи полагалась равной нулю (θ<sub>1</sub> = θ<sub>2</sub>, рассеяние на неоднородностях показателя преломления среды);
- при отсутствии внешнего магнитного поля, пренебрегалось частотной невзаимностью резонатора;
- - частота автомодуляционных колебаний  $\omega_{\rm m}$  велика по сравнению с основной релаксационной частотой  $\omega_r = \sqrt{\omega \eta / QT_1}$ ;
- Амплитудная невзаимность кольцевого резонатора  $\Delta = \frac{1}{2} (\omega_C/Q_2 \omega_C/Q_1)$ мала:  $|\Delta| \ll \omega_m$ .

При всех сделанных предположениях формула для  $\omega_{\rm m}$  принимает вид:

$$\omega_m = \omega_{m0} + \Delta \omega_m, \tag{2.5}$$

где нелинейный сдвиг  $\Delta \omega_m$  частоты автомодуляции равен

$$\Delta\omega_m = \frac{(\omega/Q)\eta}{4\omega_{m0}} (1+\alpha^2) \left[ \frac{1}{T_1} + \frac{2\Delta(m_2 - m_1)}{m_2 + m_1} \right].$$
(2.6)

В соответствии с (2.6), частота автомодуляционных колебаний оказывается зависящей от превышения накачки над порогом  $\eta$  и фактора амплитудно-фазовой связи  $\alpha$ . Учет фактора амплитудно-фазовой связи  $\alpha$  приводит к увеличению нелинейного, зависящего от превышения накачки над порогом, сдвига частоты автомодуляции  $\Delta \omega_{\rm m}$ . В частном случае  $\alpha = 0$  формула (2.6) для автомодуляционной частоты совпадает с полученной ранее в рамках стандартной модели твердотельного кольцевого лазера.

Измерив экспериментально нелинейный сдвиг частоты автомодуляции  $\Delta \omega_m$ , пропорциональный превышению накачки над порогом  $\eta$ , и используя формулу (2.6), можно вычислить значение фактора амплитудно-фазовой связи  $\alpha$ . Наиболее просто это сделать в том случае, когда в кольцевом лазере отсутствует амплитудная невзаимность ( $\Delta = 0$ ). В этом случае из (2.6) следует более простая формула

$$\Delta\omega_m = \frac{\omega_r^2}{4\omega_{m0}} (1 + \alpha^2), \tag{2.7}$$

где  $\omega_r^2 = \omega \eta / QT_1$  - квадрат основной релаксационной частоты.

В формулу (2.7) для Δω<sub>m</sub> входят величины ω<sub>m0</sub> и ω<sub>r</sub>, которые легко измерить экспериментально. Проведя необходимые измерения, можно вычислить фактор амплитудно-фазовой связи:

$$\alpha^2 = \frac{4\omega_{m0}}{\omega_r^2} \Delta \omega_m - 1. \tag{2.8}$$

По величине  $I_1^{max}/I_2^{max}$  можно определить отношение модулей коэффициентов обратной связи. В предположении, что разность фаз коэффициентов связи равна нулю, отношение  $I_1^{max}/I_2^{max}$  определяется формулой (2.3)

Из экспериментальных результатов следует, что в исследуемом лазере даже в отсутствие внешнего магнитного поля имеет место амплитудная невзаимность кольцевого резонатора  $\Delta = \frac{1}{2} ({}^{\omega_c}/Q_2 - {}^{\omega_c}/Q_1)$ , которая может быть измерена по

разности фаз  $\varphi$  автомодуляционных колебаний во встречных волнах [29]:

$$\sin\varphi = \frac{2\Delta}{\omega_{m0}}.$$
(2.9)

Для реализации наиболее простой возможности измерения фактора амплитуднофазовой связи (см. 2.8) представляется целесообразным выбрать такую температуру моноблока *T*, при которой либо будет иметь место симметричная связь встречных волн  $(m_1 = m_2)$ , либо будет отсутствовать амплитудная невзаимность. Однако в исследуемом лазере ни одно из этих условий строго выполнить не удалось. При сравнении полученных экспериментально результатов с теорией не рассматривались области параметров, в которых возникают параметрические резонансы и бифуркации, поскольку в этих областях зависимость автомодуляционной частоты от параметров лазера имеет сложный характер (см., например, [75]).

Экспериментальные исследования показали, что в автомодуляционном режиме увеличении интенсивности первого рода частота автомодуляции растет при генерации (превышения накачки над порогом). При достаточно малых превышениях накачки над порогом частота автомодуляционных колебаний практически линейно Полученные экспериментальные результаты зависит от однозначно η. свидетельствуют о неизохронности автомодуляционных колебаний первого рода. Характерная зависимость частоты автомодуляционных колебаний от превышения приведена на рис. 2.8 (отмечена черными кружками) для накачки над порогом случая, когда в исследуемом кольцевом лазере связь встречных волн была близка к симметричной (при температуре моноблока T = 16.7°C). В этом случае отношение модулей коэффициентов обратной связи, рассчитанное по формуле (2.3) оказалось равным  $m_1/m_2 = 0.91$ , а амплитудная невзаимность кольцевого резонатора, найденная фаз автомодуляционных колебаний с помощью формулы (2.9)по разности  $\Delta = 44000 \text{ c}^{-1}$ . При этом значения модулей равнялась коэффициентов связи оказались равны  $m_1/2\pi = 210.0 \text{ к}$ Гц и  $m_2/2\pi = 192.6 \text{ к}$ Гц. Ширина полосы резонатора в исследуемом лазере имела величину  $\omega/O = 5 \times 10^5 \text{ c}^{-1}$ .

Расчетные зависимости показаны на рис. 2.8 при трех значениях фактора амплитудно-фазовой связи:  $\alpha = 0$ ,  $\alpha = 0.2$  и  $\alpha = 0.4$ .

Как видно из рис. 2.8, в пределах точности измерения частоты автомодуляции две рассчитанные зависимости (при  $\alpha = 0$  и  $\alpha = 0.2$ ) близки к экспериментально измеренной. На основе проведенных экспериментальных исследований можно утверждать, что в исследуемом лазере величина фактора амплитудно-фазовой связи не превышает величины  $\alpha = 0.2$ 



Рис.2.8. Экспериментальные и теоретические зависимости автомодуляционной частоты от уровня превышения накачки над порогом

# 5. Влияние постоянного магнитного поля на автомодуляционные колебания в ТКЛ

Экспериментальное исследование влияния магнитного поля на динамику излучения твердотельного кольцевого лазера на YAG:Nd проводилось в тех же рабочих точках – при T = 16.7°C, когда соотношение  $I_1^{max}/I_2^{max} = 1.47$  и при T = 24.1°C, в которой  $I_1^{max}/I_2^{max} = 0.77$ . При этом активная среда помещалась в магнитное поле, величину которого можно было изменять. В проведенных исследованиях магнитное поле принимало три значения: H = 45 Э, H = 100 Э, и H = 140 Э.

Несмотря на то, что нами так же были проведены экспериментальные исследования зависимости величины автомодуляционных колебаний встречных волн величины излучения лазера в магнитном поле, всё же мы ОТ интенсивности вынуждены констатировать тот факт, что возникновение амплитудной Δи частотной  $\Omega$ невзаимностей кольцевого резонатора в магнитном поле [61] приводит к достаточно сложному характеру зависимости автомодуляционных колебаний ОТ параметров лазера [27,28]. Так, например, в [29] приведено выражение для определения частоты автомодуляции *ω*<sub>m</sub> с учётом влияния частотной невзаимностей резонатора (которые, в частности, амплитудной И появляются при помещении чип-лазера в магнитное поле):

$$\omega_m^2 = m_1 m_2 \cos \theta + \frac{m_1^2 m_2^2 \sin^2 \theta - [\omega \eta / Q(1+\eta)]^2 \Delta^2 - \frac{\omega}{Q} \Delta \left[ \frac{\eta}{1+\eta} \right] (m_1^2 - m_2^2)}{M} + \Omega^2 \left( 1 - \frac{4\Delta^2}{M} \right) - \Delta^2,$$

где  $M = m_1^2 + m_2^2 + 2m_1m_2\cos\theta$ .

Как видно из формул, наличие амплитудной и частотной невзаимностей резонатора сильно усложняет характер зависимости автомодуляционных колебаний от параметров лазера. И, как следствие этого, для оценки фактора амплитудно-фазовой связи, использовать такую зависимость становится нецелесообразным.

В эксперименте адекватная оценка зависимости частоты автомодуляционных колебаний от интенсивности встречных волн также осложнялась наличием бифуркационных процессов в широкой области параметров лазера.

### Выводы к главе II

.

На основе изложенных в настоящей главе исследований можно сделать следующие выводы:

• Экспериментально установлено, что в кольцевом чип-лазере может возникать несимметричная связь встречных волн, причем степень несимметрии (отношение модулей коэффициентов связи) оказывается зависящей от температуры моноблока лазера. При изменении температуры моноблока кольцевого чип-лазера можно как выравнивать, так и делать существенно неравными модули коэффициентов обратной связи встречных волн.

• Обнаружено несколько характерных температурных областей с различным отношением интенсивностей встречных волн.

• Экспериментально исследована неизохронность автомодуляционных колебаний в кольцевом чип-лазере. Путём сравнения теоретических рассчитанных и экспериментально полученных зависимостей частоты автомодуляции от уровня превышения накачки над порогом дана оценка величины фактора амплитудно-фазовой связи *α* 

• Проведенные экспериментальные исследования показали, что в исследуемом лазере даже в отсутствие внешнего магнитного поля имеет место амплитудная невзаимность кольцевого резонатора.

# Глава III

# Управление режимами генерации кольцевого чип-лазера при воздействии неоднородным магнитным полем

Как уже отмечалось в обзоре литературы, невозможность использования в кольцевых чип-лазерах внутрирезонаторных управляющих элементов существенно затрудняетуправление нелинейной динамикой излучения и реализацию большого числа режимов генерации в автономном кольцевом чип-лазере.

Также былопоказано, что амплитудная и частотнаяневзаимностирезонатора кольцевого лазера могут играть роль управляющих параметров, позволяющих изменять временные и спектральные характеристики выходного излучения чип-лазера. Существуют работы, в которых показано, как наложение внешнего магнитного поля на активный элемент кольцевого чип-лазера приводит стационарной однонаправленной генерации (режим бегущей волны) [5,11,12,16,19,22,41,110,111]. Было также показано, что внешнее магнитное поле позволяет создавать частотную «подставку» при работе лазера в автомодуляционном режиме первого рода. Отметим, что в проводившихся ранее экспериментальных исследованиях управление динамикой двунаправленной генерации с помощью внешнего магнитного поля осуществлялось в кольцевых чипзначительной частотной невзаимности, а лазерах при наличии амплитудная невзаимность либо вообще отсутствовала, либо была весьма малой [59].

Несомненный интерес представляют исследования возможностей управления динамикой излучения в более общем случае: при произвольном соотношении между частотной и амплитудной невзаимностями. Теоретические и экспериментальные исследования, проводившиеся ранее на ТКЛ, состоящих из дискретных элементов [26,56,60,69] показали, что при изменении в широких пределах амплитудной и частотной невзаимности резонатора зависимость средних значений интенсивностей встречных волн от величины частотной невзаимности носит петлеобразный характер. При определенной величине частотной невзаимности в ТКЛ происходит выравнивание средних значений интенсивностей встречных волн и возникает режим биений с большой постоянной частотной подставкой. В этом режиме (благодаря частотной подставке) зависимость частоты биений от скорости вращения ТКЛ близка к идеальной линейной зависимости. Реализаия такого режима может иметь важные практические применения. Однако, параметры кольцевого чип-лазера таковы, что возможность наблюдения этого режима требует гораздо большей величины оптической невзаимности. Поэтому до настоящего временитакой режим биений в чип-лазерах не наблюдался.

В данной главе предложен и исследован эффективный способ управления динамикой излучения кольцевого чип-лазера на YAG:Nd, основанного на воздействии на активный элемент внешнего постоянного магнитного поля, создающего как частотную, так значительную амплитудную невзаимность. В главе И продемонстрированы возможности метода: экспериментально реализован ряд автомодуляционных и стационарных режимов генерации, режим биений с равными средними интенсивностями встречных волн и режим динамического хаоса; обнаружен новый квазипериодический режим автомодуляционных колебаний с низкочастотной огибающей.

### 1.Экспериментальная установка

Исследуемый чип-лазер представлял собой моноблок в виде призмы, описанный в главе I. На верхней поверхности призмы (рис.3.1) располагался магнит, имеющий форму прямоугольного параллелепипеда размером  $12 \text{ мм} \times 8 \text{ мм} \times 5 \text{ мм}$ , который был ориентирован (своей длинной стороной) вдоль оси симметрии x призмы и мог перемещаться с помощью микрометрического юстировочного устройства в этом направлении. Пространственное распределение создаваемого неоднородного магнитного поля было симметричным относительно плоскости симметрии моноблока. Амплитудная и частотная невзаимности кольцевого резонатора, возникающие под действием этого магнитного поля, изменялись при перемещении магнита вдостаточно широких пределах. Далее мы будем указывать положение центра магнита (точка C) на оси *Ox* (см. рис. 3.1). В процессе исследований проводилась одновременная



Рис. 3.1. Взаимное расположение магнита (1) и активного элемента (2) чип-лазера (а) координаты центра бруска магнита (точка С) изменялись в пределах 0 <*x*< 13 мм на оси *Ox* (т.О совпадала с серединой верхнего ребра сферической грани ТКЛ, ось *Ox* направлена вдоль оси симметрии ТКЛ)

регистрация (с помощью цифрового осциллографа) временных и спектральных характеристик интенсивностей излучения встречных волн кольцевого чип-лазера в зависимости от положения магнита

Следует отметить, что оптическую невзаимность, возникающую при наложении магнитного поля на моноблок чип-лазера, можно точно рассчитать лишь в случае однородного поля. В случае же неоднородного поля это сделать весьма сложно. Величину невзаимности в кольцевом чип-лазере можно измерить при работе лазера в автомодуляционном режиме первого рода, однако, этот режим существует только в ограниченной области положений магнита. В связи с этим далее в работе мы будем указывать положение центра магнита на оси x ( $x_c$ ).

# 2. Результаты экспериментальных исследований

В отсутствии внешнего магнитного поля исследуемый лазер работал в автомодуляционном режиме первого рода. Исследования проводились при постоянном превышении накачки над порогом,  $\eta = 0.08$ . При этом частота автомодуляции была равной  $f_m = 225$  кГц, а основная релаксационная частота  $f_r = 89.5$  кГц. Характерные

осциллограммы интенсивностей встречных волн в отсутствие внешнего магнитного поля приведены на рис. 3.2(а). Как видно изрисунка, средние интенсивности встречных волн  $I_1$ ,  $I_2$  оказываются неравными. Как было показано ранее, в исследуемом чип-лазере при изменении температуры моноблока можно менять отношение средних интенсивностей встречных волн  $I_1/I_2$ . В проводившихся в настоящей работе экспериментальных исследованиях была выбрана температура моноблока, при которой  $I_1/I_2 = 1.2$ 

При приближении магнита к лазерному моноблоку автомодуляционный режим первого рода сохранялся в области 7.5 мм ≤  $x_c$  ≤ 13мм Характеристики автомодуляционных колебаний зависели от положения магнита. Увеличение частотной



Рис.3.2. Осциллограммы интенсивностей встречных волн (1 и 2) в автомодуляционном режиме первого рода при отсутствии внешнего магнитного поля (а) и при положении центра магнита в точке*x<sub>c</sub>* = 13.0 мм (б), и осциллограмма интенсивностей встречных волн в стационарном режиме однонаправленной генерации при положении центра магнита в точке *x<sub>c</sub>* = 7.5 мм (в)

и амплитудной невзаимности, возникающей в чип-лазере под действием магнитного поля, приводило к увеличению частотыавтомодуляционных колебаний  $f_m$ . С ростом  $f_m$ наблюдалось постепенное подавление одной из волн, изначально являвшейся более слабой (волна 2), а интенсивность встречной волны (волна 1) возрастала. При этом также происходило существенное уменьшение глубины модуляции интенсивностей. На рис. 3.2(б) приведены осциллограммы интенсивностей встречных волн при положении центра магнита в точке  $x_c = 13$  мм. В этом случае частота автомодуляционных колебаний стала равной  $f_m = 550$  кГц.

Проведенные исследования показали, что существуют определенные области положений центра магнита*x*<sub>c</sub>, в которых возникают бифуркации и чип-лазер генерирует в других режимах. Кроме автомодуляционного режима первого рода, возникали также автомодуляционные режимы с существенно неравными интенсивностями встречных волн.

#### 2.1 Режимы однонаправленной генерации

При уменьшении глубины автомодуляции интенсивностей встречных волн до нуля ( $x_c = 7.5$  мм) автомодуляционный режим перестает существовать и возникает стационарный режим однонаправленной генерации (см. осциллограммы интенсивностей на рис. 3.2,в). Отношение средних значений интенсивностей в этом режиме (при  $x_c = 7.5$  мм) оказывается равным  $I_1/I_2 = 0.02$  и продолжает уменьшаться при перемещении магнита. При положениях центра магнита в области x<sub>c</sub> < 6.5 мм стационарный однонаправленный режим становится неустойчивым. Неустойчивость приводит к самовозбуждению релаксационных колебаний интенсивности излучения и в результате наблюдался ранее не исследованный экспериментально режим однонаправленной генерации с автомодуляционными колебаниями на релаксационной частоте. Осциллограммы интенсивностей встречных волн В автомодуляционномрежиме однонаправленной генерации показаны на рис. 3.3(а,б). Автоколебания с малой глубиной модуляции оказываются синусоидальными с частотой дальнейшем перемещении магнита вдоль  $f_r = 89.5 \ \kappa \Gamma$ ц. При оси Х глубина модуляции на релаксационной частоте увеличивалась почти до 100% (см.рис. 3.3,б).



Рис.3.3 Осциллограммы интенсивностей встречных волн (1 и 2) в периодическом автомодуляционном режиме однонаправленной генерации при положении центра магнита в точке  $x_c = 6.45$  мм (а) и  $x_c = 6.53$  мм (б)

Отметим, что сам факт перехода кольцевого чип-лазера ИЗ автомодуляционногорежима первого рода в режимы с существенно неравными интенсивностями встречных волн свидетельствует 0 наличии значительной амплитудной невзаимности резонатора, возникающей при наложении магнитного поля.

#### 2.2 Режим динамического хаоса

Проведенные работе настоящей исследования продемонстрировали В возникновение режима динамического хаоса в автономном ТКЛ. Ранее режим хаоса в автономном ТКЛ наблюдать лишь при создании дополнительной удавалось обратной встречных волн с помощью внешних зеркал [30]. Режим связи динамического хаоса в исследуемом нами лазере возникает при переходе из однонаправленной генерации области автомодуляционного режима В Ha 5.4 MM  $< x_c < 6.5$  MM. 3.4(a,б) при  $x_c = 6 \text{ MM}$ рис. приведены характерные интенсивностей встречных волн в режиме динамического хаоса. осциллограммы Видно, что средние значения интенсивностей встречных волн в этом режиме существенно различаются (средняя интенсивность волны 1 существенно меньше, чем у волны 2). Таким образом, генерация в режиме хаоса близка к однонаправленной. На рис.3.5 приведен спектр интенсивности сильной волны (2) в этом режиме. Как видно из рис. 3.5, в спектре сильной волны имеется характерная для динамического хаоса область с непрерывным частотным спектром.



Рис.3.4. Осциллограммы интенсивностей встречных волн (1 и 2) в режиме динамического хаоса. Положение магнита *x<sub>c</sub>* = 6 мм


Рис.3.5. Спектр интенсивности S(f) сильной волны (2) в режиме динамического хаоса. Положение магнита  $x_c = 6$  мм

#### 2.3 Синфазный автомодуляционный режим генерации

В области 5 мм <  $x_c$  < 5.5 мм режим динамического хаоса сменяется синфазным автомодуляционным режимом генерации. В этом режиме, наблюдавшемся впервые экспериметальнов работе [31], в отличие от автомодуляционногорежима первого рода, вместо противофазной модуляции имеет место синфазная модуляция интенсивностей встречных волн. На рис.3.6 при  $x_c = 5.5$  мм приведены осциллограммы интенсивностей встречных волн для этого режима, на которых видна синфазная импульсная модуляция интенсивностей встречных волн на релаксационной частоте. Средние интенсивности встречных волн в этом режиме существенно различаются.



Рис.3.6. Осциллограммы интенсивностей встречных волн (1 и 2) в режиме синфазной автомодуляции интенсивностей встречных волн при положении центра магнита в точке  $x_c = 5.5$  мм

# 2.4 Режим автомодуляционных колебаний встречных волн с противофазной низкочастотной огибающей

При перемещении центра магнита в область 3 <  $x_c$  < 5 мм режимы синфазной автомодуляциис существенно неравными интенсивностями встречных волн сменяются неизвестным ранее двунаправленным режимом генерации с противофазной импульсной автомодуляциейинтенсивностей встречных волн [126].

Характерные осциллограммы интенсивностей встречных волн в этом режиме приведены на рис. 3.7, из которого видно, что интенсивности встречных волн совершают квазипериодические противофазные колебания сложной формы. В большей части периода Т низкочастотной автомодуляции (T = 81 мкс) интенсивность одной из встречных волн ( $I_1$ ) оказывается существенно больше интенсивности другой волны ( $I_2$ ). При этом сильная волна промодулирована с частотой релаксационных колебаний  $\omega_r/2\pi = 89.5$  кГц. В остальной части периода происходит выравнивание интенсивностей встречных волн и возбуждается их противофазная автомодуляция с частотой  $\omega_{m1}/2\pi = 550 \text{ к}\Gamma$ ц, определяемой связью встречных волн и частотной невзаимностью резонатора.

В спектрах интенсивностей встречных волн (рис.3.8) присутствуют следующие спектральные компоненты: низкочастотные компоненты, кратные частоте следования импульсов огибающей f = 1/T = 12.3 кГц; ряд эквидистантных компонент в окрестности основной релаксационной частоты, отстоящих друг от друга на тот же спектральный интервал (12.3 кГц); несколько эквидистантных компонент вблизи удвоенной релаксационной частоты и, наконец, ряд эквидистантных компонент в окрестности автомодуляционной частоты  $\omega_{ml}/2\pi = 550$  кГц.

Отметим, что исследуемый режим существует в относительно узком интервале значений оптической невзаимности. Поскольку как амплитудную, так и частотную невзаимностив этом режиме не удается измерить непосредственно, о ширине этой качественно судить по ширине интервала перемещений центра области можно магнита (3 < x<sub>c</sub> < 5 мм), внутри которого существует исследуемый режим. Кроме того, качественную оценку частотной невзаимности можно сделать по изменению автомодуляционной частоты  $\omega_{\rm m1}/2\pi$ (при наложении магнитного поля она изменилась от первоначального значения 225 кГц до 550 кГц).

При перемещении центра магнита в интервале  $3 < x_c < 5$  мм режим сохраняется, однако форма автомодуляционных колебаний интенсивности сильной волны изменяется: глубина модуляции интенсивности  $I_1$  на релаксационной частоте возрастает в несколько раз и низкочастотная импульсная модуляция встречных волн становится менее регулярной.



Рис.3.7. Осциллограммы интенсивностей встречных волн *I*<sub>1,2</sub> в автомодуляционном режиме с противофазной импульсной огибающей сильной и слабой волн

Обнаруженный автомодуляционный режим имеет ряд особенностей, присущих автомодуляционному режиму второго рода (наличие низкочастотной противофазной а также автомодуляции с частотой релаксационных огибающей, импульсной колебаний). Вместе с тем, есть и существенное различие: В автомодуляционном режиме второго рода изменение интенсивностей встречных волн оказывается практически одинаковым (имеет место лишь задержка на половину периода а в режиме, исследованном в настоящей работе, наблюдается автомодуляции), интенсивностей существенная асимметрия автомодуляции встречных волн, наличием амплитудной невзаимности кольцевого резонатора. При связанная с направления магнитного на противоположное рассмотренный изменении поля режим сохраняется, но волны меняются местами.



Рис.3.8. Спектры интенсивностей встречных волн I<sub>1,2</sub> в автомодуляционном режиме с противофазной импульсной огибающей

### 2.5. Режим биений с равными средними значениями интенсивностей встречных волн

В работе [69] было впервые показано, что при большой величине частотной невзаимности, значительно превышающей частоту автомодуляционных колебаний, возникающих при отсутствии невзаимности, может наблюдаться переход от режима однонаправленной генерации к режиму биений встречных волн с равными средними значениями интенсивностей. Это быть может объяснено тем, что зависимость средних значений интенсивностей встречных частотной волн OT величины невзаимности носит петлеобразный характер при изменении в широких пределах амплитудной и частотной невзаимности резонатора. Таким образом, существует область, в которой в ТКЛ происходит выравнивание средних значений интенсивностей встречных волн и возникает режим биений с большой постоянной частотной подставкой. Параметры кольцевого чип-лазера таковы, что возможность наблюдения этого режима требует достаточно большой величины оптической невзаимности.

Проведенные в настоящей работе исследования показали, что такой переход наблюдается и в кольцевом чип-лазере, помещенном в неоднородное магнитное поле. При  $x_c = 1.5$  мм в исследуемом чип-лазере наблюдалось выравнивание средних значений интенсивностей встречных волн и возникала противофазная модуляция интенсивностей с частотой биений  $f_b = 1524$  кГц, величина которой определяется частотной невзаимностью. Осциллограммы интенсивностей встречных волн в этом режиме биений приведены на рис.3.9

При последующем перемещении магнита в область  $x_c < 1.5$  мм лазер сновапереходит в стационарныйрежим однонаправленной генерации, но напраление распространения сильной волны меняется на противоположное (сильной стала волна 1).



Рис.3.9. Осциллограммы интенсивностей встречных волн (1 и 2) в режиме биений с равными средними значениями интенсивностей встречных волн при положении центра магнита в точке

 $x_c = 1.5$  мм

#### Выводы к главе III

• Найден простой и эффективный способ управления динамикой излучения автономного кольцевого чип-лазера на YAG:Nd при воздействии на него постоянным неоднородным магнитным полем, создающим как частотную, так и значительную амплитудную невзаимность.

• Предложенный метод позволяет реализовать и контролировать большое количество разнообразных режимов генерации автономного кольцевого чип-лазера: автомодуляционные и стационарные режимы однонаправленной генерации, синфазные и противофазные автомодуляционные режимы двунаправленной генерации и режим динамического хаоса.

• Обнаружен неизвестный ранее квазипериодический автомодуляционный режим генерации, в котором автомодуляционные колебания интенсивностей встречных волн имеют противофазную низкочастотную огибающую. Этот режим имеет ряд особенностей, присущих автомодуляционному режиму второго рода, однако отличается от него существенной асимметрией автомодуляции интенсивностей встречных волн, связанной с наличием амплитудной невзаимности кольцевого резонатора.

Экспериментально продемонстрировано, что при изменении частотной и амплитудной невзаимностей резонатора в достаточно широких пределах, зависимость встречных средних значений интенсивности волн OT величины оптической невзаимности носит петлеобразный характер: существует определенное значение величины оптической невзаимности, при котором происходит вырвнивание средних значений интенсивностей встречных волн и наблюдается режим биений с равными значениями интенсивностей встречных волн и большой частотной подставкой. При частотных невзаимностях, превышающих это значение, снова происходит изменение знака разности средних интенсивностей.

#### Глава IV

## Параметрическое возбуждение релаксационных колебаний на субгармонике внешнего модулирующего сигнала

Как ужебыло отмечено в главе I, в областях параметрических резонансов в чиплазере можно более эффективно управлять динамикой генерации лазера при периодической модуляции его параметров. К настоящему времени детально экспериментально, изучена. теоретически И динамика генерации ТКЛ С периодической модуляцией параметров при резонансном возбуждении релаксационных колебаний на частоте внешнего модулирующего сигнала [18,70-72]. Целью настоящей главы является исследование динамики генерации, временных и спектральных характеристик излучения твердотельного кольцевого лазера (однонаправленного и двунаправленного) воздействии при на него внешнего периодического сигнала с частотой f<sub>n</sub>, близкой к удвоенной частоте релаксационных колебаний  $2f_r$ .

В главе экспериментально исследовано параметрическое возбуждение релаксационных колебаний на субгармонике внешнего периодического сигнала, модулирующего скорость накачки в чип-лазере. Исследования проведены в режимах однонаправленной и двунаправленной генерации, возникающих в чиплазере при наложении постоянного магнитного поля.

#### 1. Экспериментальная установка

Накачка лазера осуществлялась полупроводниковым лазерным диодом на λ = 0.810 мкм. В цепь питания диода был включен генератор периодических колебаний, который модулировал мощность накачки исследуемого лазера в диапазоне частот 50-220 кГц. Характеристики излучения регистрировались с помощью цифрового осциллографа. Исследования проводились при работе ТКЛ (в отсутствие модуляции накачки) в двух режимах генерации: стационарном режиме однонаправленной генерации и автомодуляционнном режиме 1-го рода. Как было показано в предыдущей главе, режимами генерации можно эффективно управлять при помощи наложения внешнего постоянного неоднородного магнитного поля [128]. В отсутствии внешнего поля чип-лазер работал в автомодуляционном режиме первого рода, а при его наложении - в режиме однонаправленной генерации. Переход из одного режима в другой был вызван возникновением значительной амплитудной невзаимности при наложении магнитного поля.

При модуляции накачки превышение накачки  $\eta(t)$  над порогом можно представить в виде

$$\eta(\mathbf{t}) = \eta_{\theta} + h\sin(2\pi f_{p}\mathbf{t}), \tag{4.1}$$

где  $\eta_0$  – превышение накачки над порогом в отсутствие модуляции накачки; h и  $f_p$  - глубина и частота модуляции накачки соответственно.

#### 2. Режимы однонаправленной генерации

Экспериментальные исследования и численное моделирование динамики ТКЛ в стационарном режиме однонаправленной генерации выполнялись при постоянном превышении накачки над порогом  $\eta_{\theta} = 0.1$ . Частота релаксационных колебаний  $f_r = 89$  кГц. Частота модуляции  $f_p$  изменялась в диапазоне 50 – 220 кГц, а глубина модуляции *h* была постоянной и составляла 0.05.

В этом режиме периодическая модуляция накачки с достаточно малой глубиной h приводит в широкой области частот модуляции (за исключением областей параметрического резонанса) к синусоидальной модуляции интенсивности излучения с частотой  $f_p$ . Если субгармоника  $f_p/2$  модулирующего сигнала приближается к частоте релаксационных колебаний  $f_r$ , в ТКЛ возникает параметрическая неустойчивость, приводящая к возбуждению релаксационных колебаний на частоте этой субгармоники. В области параметрической неустойчивости существенно возрастает отклик лазера на сигнал модуляции: модуляция излучения становится

импульсной и возникает бифуркация удвоения периода, период следования импульсов T становится равным двум периодамодуляции  $T_p$  (T =  $2T_p = 2/f_p$ ).

Характерные осциллограммы интенсивности излучения в области параметрической неустойчивости приведены на рис.4.1(а,б) при значении частоты сигнала модуляции 130 кГц. На рис. 4.1(в) показан полученный в эксперименте спектр интенсивности лазерного излучения. Видно, что в области параметрической неустойчивости возникают спектральные компоненты на частоте  $f_p/2$  и кратных ей частотах.

На рис. 4.2 приведены экспериментально измеренные, а также полученные на основе численного моделирования зависимости амплитуды спектральной компоненты  $A(f_p/2)$  от частоты модуляции накачки  $f_p$ .

Как видно из рисунка, в режиме однонаправленной генерации при параметрическом возбуждении релаксационных колебаний возникает бистабильность: наблюдаются две области бистабильных состояний I и II. При вхождении в область параметрической неустойчивости со стороны больших частот (уменьшение частоты модуляции, область I) параметрическое возбуждение наблюдается при значениях  $f_p$  от 190 кГц до 120 кГц. При увеличении частоты модуляции область параметрической неустойчивости оказывается значительно меньше (область II) - от 170 кГц до 190 кГц. Таким образом, установление колебаний в той или иной области зависит от предшествующей динамики изменения частоты модулирующего сигнала.

Отметим, что обнаруженная нами бистабильность при изменении частоты в дальнейшем позволила наблюдать стохастический резонанс в кольцевом чиплазере с периодической модуляцией накачки [129].

Было проведено также численное моделирование динамики ТКЛ с периодической модуляцией накачки в режиме однонаправленной генерации. Для описания динамики однонаправленной генерации использовалась система скоростных уравнений для интенсивности излучения *I* и инверсной населенности *N* 

$$\frac{dI}{dt} = \frac{\omega}{Q}I + \frac{\sigma l}{T}NI,$$

$$\frac{dN}{dt} = \frac{1}{T_1} \{N_{th}[1+n(t)] - N - aIN\}.$$
(4.2)

Здесь  $\omega/Q$  - ширина полосы резонатора; T = L/c- время обхода светом резонатора; T<sub>1</sub> - время продольной релаксации, равное для Nd : YAG-лазера 240 мкс; l - длина активного элемента;  $a = T_1 c\sigma/8h\omega\pi$  - параметр насыщения;  $\sigma$ - сечение лазерного перехода. Скорость накачки представлена в виде  $N_{th}[1 + \eta(t)]/T_1$ , где  $N_{th}$  - пороговаяинверсная населенность. Как и в случае эксперимента, при численном моделировании динамики ТКЛ значения  $\eta_0$  и h были постоянными  $\eta_0 = 0.1$ , h = 0.05.



Рис.4.1. Временные (а) и спектральная (б) характеристики излучения в области параметрической неустойчивости при частотах модуляции 130 кГц (1 - эксперимент, 2 - численное моделирование)



Рис.4.2. Зависимость амплитуды спектральной компоненты на частоте субгармоники  $A(f_p/2)$  от частоты модуляции накачки  $f_p$ 

#### Частота релаксационных колебаний, определяемая формулой

$$f_r = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{\omega \eta_0}{QT_1}},\tag{4.3}$$

при  $\eta_0 = 0.1$  задавалась равной экспериментально измеренному значению (89 кГц). При численном моделировании в области параметрической неустойчивости рассчитывался отклик лазера I(t) на сигнал модуляции, а также был найден спектр На рис. 4.1(а) ЭТОГО сигнала. представлены экспериментально измеренные зависимости I(t) в сравнении с полученными при численном моделировании, а на рис.4.2 полученная на основе численного моделирования зависимость амплитуды  $A(f_p/2)$ ОТ частоты модуляции накачки сравнивается  $f_{p}$ С экспериментально измеренной. Как видно из этих рисунков, экспериментальные результаты хорошо согласуются с результатами численного моделирования.

#### 3. Режимы двунаправленной генерации

В двунаправленном режиме генерации были проведены эксперименты по параметрическому возбуждению релаксационных колебаний на субгармонике  $f_p/2$  сигнала модуляции накачки, аналогичные описанным выше в случае однонаправленного режима генерации. Частота модуляции изменялась в диапазоне 50 - 220 кГц, а глубина модуляции h - от 0.01 до 0.15. Превышение накачки над порогом  $\eta_0$  изменялось от 0.1 до 1.1.

В отсутствие модуляции накачки лазер работал в автомодуляционном режиме первого рода, который характеризуется следующими значениями параметров: при колебаний  $f_{\rm m} = 209 \ {\rm k} \Gamma {\rm u},$  $\eta_0 = 0.1$  частота автомодуляционных а основная  $f_{\rm r} = 89 \ \kappa \Gamma$ ц. релаксационная частота Как ранее отмечено, в исследуемом монолитном ТКЛ при изменении температуры моноблока можно изменять отношение средних интенсивностей встречных волн. В проводившихся в настоящей работе экспериментальных исследованиях температура моноблока была такой, что  $I_1/I_2 = 1.2.$ Характерные осциллограммы интенсивностей встречных волн и спектр интенсивности одной из волн в этом режиме приведены на рис. 4.3(а). В спектре интенсивности, показанном на рис. 4.3(б) присутствует лишь одна (основная) спектральная компонента, соответствующая частоте колебаний  $f_m$ . Спектральная автомодуляционных компонента на частоте релаксационных колебаний  $f_r$  не видна на рис. 4.3(б), т. к. ее интенсивность на три порядка меньше интенсивности основной компоненты.

Модуляция накачки приводит (вне области параметрической раскачки релаксационных колебаний) к возникновению квазипериодического режима генерации. Характерные осциллограммы и спектр интенсивности излучения в этой области приведены на рис.4.4. Видно, что при небольшой глубине модуляции (h = 0.075) в спектре появляется компонента на частоте модуляции  $f_{\rm p}$ .

Внутри области параметрического резонанса, в отличие от режима однонаправленной генерации, картина становится более сложной. В зависимости от глубины модуляции накачки здесь возможно возникновение как режима

квазипериодических колебаний (рис. 4.5), так и режима динамического хаоса (рис. 4.6). Характерные осциллограммы и спектр интенсивности излучения (при воздействии на лазер сигнала модуляции) для квазипериодического режима приведены на рис. 4.5. В этом случае в спектре интенсивности, как и при режиме однонаправленной генерации, возникает дополнительная спектральная компонента на субгармонике  $f_p/2$  и спектр остается дискретным. Осциллограммы и спектр интенсивности излучения в режиме динамического хаоса представлены на рис. 4.6. Как видно из рисунка, в этом случае в некоторой окрестности релаксационной частоты  $f_r$  спектр становится сплошным.

областей квазипериодического режима и режима динамического Границы хаоса в зависимости от глубины модуляции накачки показаны на рис.4.7. Видно, что при небольших глубинах модуляции наблюдается лишь квазипериодический режим. В отличие случая однонаправленной генерации, область OT существования этого режима оказывается значительно более узкой (несколько килогерц) и сужается с увеличением глубины модуляции: при h = 0.04 ширина этой области равна 4 кГц, а при h = 0.08 – всего 1 кГц. Область существования динамического хаоса, напротив, увеличивается с ростом глубины режима модуляции. В режиме хаоса (при фиксированной глубине модуляции h) область существенно изменяется в зависимости от частоты непрерывного спектра модуляции f<sub>p</sub>. На рис. 4.8 показана эволюция непрерывного спектра при изменении  $f_{\rm p}$ . Как следует из рисунка, варьируя частоту модуляции, можно эффективно управлять участком непрерывного спектра в окрестности основной релаксационной частоты.



Рис.4.3. Характерная осциллограмма (а) и спектр интенсивности излучения (б) в автомодуляционном режиме первого рода ( $f_{\rm m} = 255~{\rm k}\Gamma{\rm ц}, f_{\rm r} = 102~{\rm k}\Gamma{\rm u}, h_0 = 0.155$ )



Рис.4.4. Характерная осциллограмма (а) и спектр интенсивности излучения (б) вне области параметрического резонанса ( $f_p = 178 \text{ к}\Gamma\mu$ ,  $f_m = 210 \text{ к}\Gamma\mu$ ,  $f_r = 98 \text{ к}\Gamma\mu$ ,  $h_0 = 0.085$ )



Рис.4.5. Характерная осциллограмма (а) и спектр интенсивности излучения (б) в области параметрического резонанса для режима квазипериодических колебаний ( $f_{\rm p}=176~{\rm k}\Gamma{\rm u}, f_{\rm m}=210~{\rm k}\Gamma{\rm u},$   $f_{\rm r}=98~{\rm k}\Gamma{\rm u}, h_0=0.085)$ 



Рис.4.6. Характерная осциллограмма (а) и спектр интенсивности излучения (б) в области параметрического резонанса для режима динамического хаоса ( $f_p = 174$  кГц,  $f_m = 210$  кГц,

 $f_{\rm r} = 98 \ {
m \kappa} \Gamma$ ц,  $h_0 = 0.085)$ 



Рис.4.7. Границы областей квазипериодического режима (КП) и режима динамического хаоса в зависимости от глубины модуляции накачки *h* 



Рис. 4.8. Эволюция участка непрерывного спектра при изменении частоты модуляции при уровне превышения накачки над порогом 0.015

#### Выводы к главе IV

Экспериментально исследована динамика генерации твердотельного кольцевого лазера (ТКЛ) с периодической модуляцией накачки при параметрическом возбуждении релаксационных колебаний на субгармонике модулирующего сигнала. Параметрические процессы исследованы при модуляции накачки в двух режимах генерации ТКЛ: стационарном режиме автомодуляционном однонаправленной генерации И режиме первого рода. Обнаружены существенные различия в динамике излучения для этих режимов.

Установлено, что при работе лазера в режиме однонаправленной место бистабильность генерации, имеет состояний системы: обнаружено существание двух областей, в которых возникает параметрическое возбуждение релаксационных колебаний. Установление колебаний в той или иной области зависит от предшествующей динамики модулирующего изменения частоты сигнала. Обнаружение такой бистабильности позволило в дальнейшем установить стохастического кольцевом чип-лазере при модуляции наличие резонанса в накачки и воздействии шумов.

• Установлено, что при работе лазера в автомодуляционном режиме первого рода параметрическая неустойчивость может приводить к переходу лазера в режим динамического хаоса. Определены области существования режима динамического хаоса и квазипериодического режима при изменении параметров модуляции накачки.

• Установлено, что при работе лазера в режиме однонаправленной генерации в области параметрической неустойчивости имеет место бифуркация удвоения периода колебаний.

#### Заключение

Основные результаты диссертационной работы могут быть сформулированы следующим образом:

- Установлено, что в кольцевом чип-лазере при изменении температуры моноблока лазера можно создавать несимметричную связь встречных волн через обратное рассеяние и изменять степень несимметрии (отношение модулей коэффициентов связи). Дано качественное объяснение возникающей несимметрии на основе модели с двумя типами центров обратного рассеяния встречных волн: на неоднородностях показателя преломления И на неоднородностях коэффициента поглощения излучения BO внутрирезонаторной среде. Несимметрия благодаря связи возникает интерференции полей, рассеянных на этих центрах.
- Произведена оценка величины фактора амплитудно-фазовой связи α, используемого в векторной модели ТКЛ, путём сравнения экспериментально полученных и теоретически рассчитанных (при заранее заданных различных величинах фактора α) неизохронных зависимостей частоты автомодуляционных колебаний от уровня превышения накачки над порогом. Величина фактора оказалось равной 0.2.
- Продемонстрирована возможность эффективного управления режимами генерации автономного кольцевого чип-лазера при воздействии на него внешним постоянным неоднородным магнитным полем. Амплитудная и частотная невзаимности кольцевого резонатора, наведенные неоднородным магнитным полем внутри кристалла, оказываются гораздо большими, нежели в случае однородного внешнего магнитного поля. При перемещении области с неоднородным магнитным полем внутри моноблока чип-лазера амплитудная и частотная невзаимности резонатора могут изменяться в широких пределах.

- Изменение амплитудной и частотной невзаимностей приводит к возникновению ряда новых, не наблюдавшихся ранее в автономном кольцевом чип-лазере, режимов генерации: режима биений с большой частотной подставкой, режима с периодической низкочастотной огибающей автомодуляционных колебаний, периодических автомодуляционных режимов однонаправленной генерации.
- Продемонстрирована возможность возбуждения динамического хаоса в кольцевом чип-лазере с помощью постоянного магнитного поля, наложенного на активный элемент лазера.
- При параметрическом возбуждении релаксационных колебаний на субгармонике внешнего модулирующего сигнала, в кольцевом чип-лазере обнаружена бистабильность генерации. Исследована динамика излучения как в условиях однонаправленной генерации, так и при двунаправленной Продемонстрирована генерации. возможность параметрического возбуждения релаксационных колебаний субгармонике на внешнего Найдены границы областей бистабильности, модулирующего сигнала. исследованы области существования квазипериодического режима и режима динамического хаоса в зависимости от параметров модуляции накачки (глубины и частоты модуляции).

В заключение хочу выразить глубокую благодарность своему настоящему научному руководителю - Ларионцеву Евгению Григорьевичу – за чуткое руководство, большое терпение, очень ценные советы, за его непоколебимое спокойствие и за его отзывчивость, и за его профессионализм и за огромный нескончаемый багаж знаний, которым он так охотно и с радостью всегда делится. Также хочу сказать огромное спасибо Чекиной Светлане Николаевне за её постоянную поддержку и готовность помочь, за её помощь в проведении экспериментов, за её участие в совершенно различных вопросах. Хочу выразить огромную благодарность Фирсову Владимиру Владимировичу за помощь в решении как технических, так и совершенно разных других бытовых проблем, и за его оптимизм и жизнерадостность. Также хочу поблагодарить выпускника Физического Факультета Левашева Дмитрия Константиновича за помощь и ценные советы при написании программ для моделирования.

И, конечно же, хочу выразить огромную благодарность своему первому научному руководителю Кравцову Николаю Владимировичу, которого, к сожалению, уже нет в живых.

#### Список литературы

- [1] Кравцов Н.В. Основные тенденции развития твердотельных лазеров с полупроводниковой накачкой // Квантовая электроника. 2001. Т.31. №8. С.661-677.
- [2] Schwartz S., Gutty F., Feugnet G., Loil E., Pocholle J.-P. Solid-state ring laser gyro behaving like its helium-neon counterpart at low rotation rates // Opt. Lett.-2009. - v.34. - no. 24. - pp.3884-3886.
- [3] Schwartz S., Feugnet G., Bouyer P., Lariontsev E., Aspect A., Pocholle J.-P.
   Mode-Coupling Controll in Resonant Devices: Application to Solid-state Ring
   Lasers //Phys. Rev.Lett. 2006 v.97. p.093902.
- [4] Scheps R., Myers J. A single frequency Nd:YAG ring laser pumped by laser diodes // IEEE J Quantum Electronics. -1990. v.26. pp.413-417.
- [5] Zenzie H.H., Finch A., Moulton P.F. Diode-pumped, single-frequency Cr:LiSrAlF<sub>6</sub> ring laser // Opt.Lett. - 1995. -v.20. - pp.2207-2209.
- [6] Голяев Ю.Д., Евтюхов К.Н., Капцов Л.Н., Смышляев С.Н. Временные и спектральные характеристики излучения непрерывного лазера на гранате с неодимом с неплоским кольцевым резонатором // Квантовая электроника. - 1981. - Т.8. - С.2330-2338.
- [7] Trutna W.R., Donald D.K. Two-piece, piezoelectrically tuned, single-mode
   Nd:YAG ring laser // Opt.Lett. 1990. v.15. no.7. pp.369-371.
- [8] Chen D., Fincher C.L., Hinkley D.A., Chodzko R.A., Rose T.S., Fields R.A. Semimonolithic Nd:YAG ring resonator for generating CW single-frequency output at 1.06 μm // Opt. Lett. -1995.-v.20. - pp.1283-1285.

- [9] *K.Wu, S. Yang, G.Wei.* The non-planar single-frequency ring laser with varable output coupling // *Opt.Comms.* 2002. v.203. pp.323-326.
- [10] Yao B.-Q., Duan X.-M., Fang D., Zhang Y.-J., Ke L., Ju Y.L., Wang Y.Z., Zhao G.J. 7.3W of single-frequency output power at 2.09 mm from an Ho:YAG monolithic nonplanar ring laser // Opt. Lett. - 2008. - v.33. - no.18. - pp.2161-2163.
- [11] Kane T.J., Byer R.L. Monolithic, unidirectional single-mode Nd:YAG ring laser // Opt. Lett.- 1985. - v.10,. - pp.65-67.
- [12] Trutna W.R., Donald D.K., Nazarathy M. Unidirectional diode-laser-pumped Nd:YAG ring laser with a small magnetic field // Opt.Lett. - 1987. - v.12. pp.248 -250.
- [13] Fan T.Y., Byer R.L. Diode-laser-pumped solid-state lasers // IEEE J.Quantum Electronics. - 1988. - v.24. - pp.895-912.
- [14] Гарбузов Д.З., Дедыш В.В., Кочергин А.В., Кравцов Н.В., Наний О.Е., Надточиев В.Е., Стругов Н.А., Фирсов В.В., Шелаев А.Н. Гранатовый чиплазер с накачкой InGaAsP/GaAs-лазером // Квантовая электроника. 1989.
   Т.16. С.2423-2425.
- [15] Zhou B., Kane T.J., Dixon G., Byer R.L. Efficient, frequency-stable laser-diodepumped Nd:YAG laser // Opt.Lett. - 1985. - v.10. - pp.62-64.
- [16] Кравцов Н.В., Наний О.Е. Высокостабильные одночастотные твердотельные лазеры // Квантовая электроника. 1993. Т.20. С.322-344.
- [17] Кравцов Н.В., Ларионцев Е.Г. Нелинейная динамика ТКЛ // Квантовая электроника. 2006. Т.36. С.192-221.
- [18] Кравцов Н.В., Ларионцев Е.Г.Режимы генерации твердотельных кольцевых лазеров при модуляции их параметров // Квантовая электроника. - 2004. -Т.34. - С.487-505.

- [19] Лаптев Г.Д. Генерация узкополосного излучения в системе с кольцевым монолитным Nd:YAG лазером и слэб-усилителем: дис.канд. физ.-мат. наук: 01.04.21. Москва, 1995.
- [20] Бойко Д.Л., Голяев Ю.Д., Дмитриев В.Г., Кравцов Н.В. Стабильность частоты автомодуляционных колебаний в монолитном кольцевом твердотельном лазере на YAG:Nd // Квантовая электроника. 1997. -Т.24. С.653-656.
- [21] Кравцов Н.В., Фетисов С.В. Невозмущающие измерения характеристик высокостабильных твердотельных лазеров // Вестник Московского университета. Сер.3, Физика и астрономия. 2000. Т.5. С.35-38.
- [22] Nilsson A.C., Gustafson E.K., Byer R.L. Eigenpolarization Theory of Monolithic Nonplanar Ring Oscillators // IEEE J.Quantum Electronics. - 1989. -v.25. pp.767-790.
- [23] Кравцов Н.В., Наний О.Е. Рылов С.И., Фирсов В.В. Высокостабильные кольцевые чип-лазеры. Москва: НИИЯФ МГУ, 1993.
- [24] Бойко Д.Л., Голяев Ю.Д., Леженин Д.Г. Амплитудная и фазовая невзаимностирезонаторов монолитных твердотельных кольцевых лазеров // Квантовая электроника. 1997. Т.24. С.235-239.
- [25] Алёшин Д.А., Кравцов Н.В. Устойчивость неплоских резонаторов кольцевых чип-лазеров // Вестник Московского Университета, Сер.3. Физика и Астрономия. 2003. Т.6. С.42-45.
- [26] *Клочан Е.Л.* Взаимодействие встречных волн в твердотельном кольцевом лазере: *дис. канд. физ.-мат. наук*: 01.04.04. Москва, 1976.
- [27] Кравцов Н.В., Кравцов Н.Н. Невзаимные эффекты в кольцевых лазерах // Квантовая электроника. - 1999. - Т.27. - С.98-120.

- [28] Кравцов Н.В., Ларионцев Е.Г. Влияние частотной невзаимности на динамику излучения твердотельных кольцевых лазеров // Квантовая электроника.-2000. - Т.30. - С.105-114.
- [29] Золотоверх И.И., Ларионцев Е.Г. Влияние амплитудной невзаимности резонатора на характеристики автомодуляционных колебаний в твердотельном кольцевом лазере // Квантовая электроника.- 1996. - Т.23. -С.620-624.
- [30] Золотоверх И.И., Кравцов Н.В., Кравцов Н.Н., Ларионцев Е.Г., Макаров А.А. Взаимодействие автомодуляционных и релаксационных колебаний и его роль в нелинейной динамике твердотельного кольцевого лазера // Квантовая электроника. - 1997. - Т.24. - С.638-642.
- [31] Кравцов Н.В., Кравцов Н.Н., Макаров А.А., Фирсов В.В. Режимы генерации кольцевого чип-лазера с несимметричной обратной связью встречных волн // Квантовая электроника. 1996. Т.23. С.195-196.
- [32] Золотоверх И.И., Кравцов Н.В., Ларионцев Е.Г., Макаров А.А., Фирсов В.В.
   Новые механизмы возникновения динамического хаоса в твердотельном кольцевом лазере // Квантовая электроника. 1995. Т.22. С.213-125.
- [33] Золотоверх И.И., Камышева А.А., Кравцов Н.В., Ларионцев Е.Г., Фирсов В.В., Чекина С.Н. Нелинейные процессы при удвоении периода автомодуляционных в кольцевом твердотельном лазере // Квантовая электроника. - 2008 - Т.38 - С.956-960.
- [34] Rawwagah F., Singh S. Nonlinear dynamics of a modulated bidirectional solidstate ring laser // J. Opt. Soc. Am. B. - 2006. - v.23. - no.9. - pp.1785-1792.
- [35] Золотоверх И.И., Клименко Д.Н., Кравцов Н.В., Ларионцев Е.Г., Фирсов В.В. Параметрические процессы и мультистабильность в кольцевом чип-лазере с периодической модуляцией накачки // Квантовая электроника. - 1996. -Т.23. - С.938-942.

- [36] Кравцов Н.В., Пашинин П.П., Сидоров С.С., Фирсов В.В. Захват частоты автомодуляционных колебаний в кольцевом чип-лазере внешним сигналом // Квантовая электроника. 2002. Т.32. С.562-564.
- [37] Кравцов Н.В., Пашинин П.П., Сидоров С.С., Фирсов В.В., Чекина С.Н. Возбуждение динамического хаоса в монолитном кольцевом лазере при периодической модуляции механических напряжений в активном элементе // Квантовая электроника. - 2004. - Т.34. - С.329-332.
- [38] Кравцов Н.В., Пашинин П.П., Сидоров С.С., Фирсов В.В., Чекина С.Н. Подавление хаотических колебаний в твердотельном кольцевом лазере с помощью магнитного поля // Квантовая электроника. - 2003. - Т.33. - С.321-324.
- [39] Кравцов Н.В., Ларионцев Е.Г., Пашинин П.П, Сидоров С.С, Чекина С.Н. Возникновение спектральной невзаимности в нестационарных режимах генерации твердотельного кольцевого лазера при наложении магнитного поля // Квантовая электроника. - 2004. -Т.34. - С.325-328.
- [40] Золотоверх И.И., Клименко Д.Н., Ларионцев Е.Г. Влияние периодической модуляции потерь на динамику атомодуляционных колебаний в твердотельном кольцевом лазере // Квантовая электроника. - 1996.- Т.23. -С.625-629.
- [41] Кравцов Н.Н., Шабатько Н.М. Перестройка частоты излучения кольцевых чип-лазеров на YAG:Nd<sup>3+</sup> // Квантовая электроника. – 1995. – Т.22. – С.793-795.
- [42] Арекки Ф., Скалли М., Хакен Г., Вайдлих В. Квантовые флуктуации излучения лазера. Москва: Мир, 1974.
- [43] Singh S. Quantum statistical theory of the ring laser//Phys. Rev. A.- 1981. v.23. pp.837-852.

- [44] Зейгер С.Г., Климонтович Ю.Л., Ланда П.С., Ларионцев Е.Г., Фрадкин Э.Е. Волновые и флуктуационные процессы в лазерах. - Москва: Наука, 1974.
- [45] Ханин Я.И. Основы динамики лазеров. Москва:Наука. Физматлит, 1999.
- [46] Клочан Е.Л., Корниенко Л.С., Кравцов Н.В., Ларионцев Е.Г., Шелаев А.Н. Режимы генерации кольцевого лазера на твердом теле // Письма в ЖЭТФ. -1973. - Т.17.- С.405-409.
- [47] Мамаев Ю.А., Миловский Н.Д., Туркин А.А., Хандохин П.А., Широков Е.Ю., Низкочастотная динамика монолитного кольцевого Nd:YAG-лазера в магнитном поле // Квантовая электроника. - 1999. - Т.27. - С.228-232.
- [48] *Бойко Д.Л., Кравцов Н.В.* Влияние поляризационных свойств резонатора на зависимость частоты автомодуляции от параметров чип-лазера // *Квантовая* электроника. 1998. Т.25. С.880-884.
- [49] *Бойко Д.Л., Кравцов Н.В* Амплитудные характеристики вращающегося кольцевого чип-лазера в режиме автомодуляционных противофазных колебаний // Квантовая электроника. 1999. Т.27. С.27-31.
- [50] Золотоверх И.И., Кравцов Н.В., Ларионцев Е.Г., Фирсов В.В., Чекина С.Н. Влияние различия поляризаций встречных волн на динамику твердотельных кольцевых лазеров // Квантовая электроника. - 2007. - Т.37. - С.1011-1014.
- [51] Алешин Д.А, Кравцов Н.В., Ларионцев Е.Г., Чекина С.Н. Векторная модель твердотельного кольцевого лазера, учитывающая пространственную неоднородность накачки и поля излучения // Квантовая электроника. - 2008. - Т.38. - С.1016-1020.
- [52] Полушкин Н.И., Хандохин П.А., Ханин Я.И. Влияние структуры линии усиления на динамику генерации твердотельного кольцевого лазера // Квантовая электроника. - 1983. - Т.10. - С.1461-1465.

- [53] Хандохин П.А., Ханин Я.И. Динамика двунаправленного кольцевого лазера класса В с невзаимным резонатором: модель с двумя линиями усиления // *Квантовая электроника*. 1996. Т.23. С.29-32.
- [54] Koryukin I.V., Khandokhin P.A., Khanin Ya.I. Dynamics of a solid-state ring laser with two-component gane-line // Opt.Commun. - 1991. - v.81. - no.5. pp.297-300.
- [55] Воронин В.Г., Наний О.Е., Панкратов А.В. Влияние сложной структуры линии усиления <sup>4</sup>F<sub>3/2</sub> – <sup>4</sup>I<sub>3/2</sub> ионов Nd<sup>3+</sup> в YAG на характеристики автомодуляционного режима генерации кольцевого лазера // Квантовая электроника. - 1999. - Т.29. - С.106-110.
- [56] Kravtsov N.V., Lariontsev E.G., Shelaev A.N. Oscillation Regimes of Ring Solid-State Lasers and Possibilities for Their Stabilization. // Laser Phys. - 1993. - v.3. pp.21-61.
- [57] Клочан Е.Л., Корниенко Л.С., Кравцов Н.В., Ларионцев Е.Г., Шелаев А.Н.
   Режимы генерации вращающегося кольцевого лазера на твердом теле // ЖЭТФ. – 1974. - Т.65. - С.1344-1356.
- [58] Голяев Ю.Д., Дедыш В.В., Дмитриев В.Г., Кравцов Н.В., Ларионцев Е.Г., Ливинцев А.Л., Наний О.Е., Надточиев В.Е., Соловьева Т.И., Фирсов В.В., Веселовская Т.В. Автомодуляционный режим генерации в кольцевом лазере с диодной накачкой // Известия АН, Сер. Физическая. -1992. - Т.56. - С.163-169.
- [59] Доценко А.В., Корниенко Л.С., Кравцов Н.В., Ларионцев Е.Г., Шелаев А.Н. Использование автомодуляционного режима первого в кольцевом лазере для измерения оптической невзаимности // Квантовая электроника. - 1985. -Т.12. - С.383-384.

- [60] Доценко А.В. Режимы автомодуляции и биений встречных волн в твердотельном кольцевом лазере: *дис. канд.физ.-мат. наук: 01.04.05 –* Москва, 1981.
- [61] Кравцов Н.В., Ларионцев Е.Г., Наумкин Н.И., Сидоров С.С.. Фирсов В.В. Чекина С.Н. Влияние магнитного поля на автомодуляционные колебания в чип-лазере // Квантовая электроника. - 2001. - Т.31. - С.649-652.
- [62] Кравцов Н.В., Ларионцев Е.Г., Сидоров С.С., Фирсов В.В., Чекина С.Н. Фазовый сдвиг автомодуляционных колебаний в кольцевом Nd:YAG-чиплазере в магнитном поле // Квантовая электроника. - 2001. - Т.31. - С.189-190.
- [63] *Наний О.Е.* Автомодуляционный режим генерации в твердотельных кольцевых лазерах с неплоским резонатором // *Квантовая электроника.* 1992. Т.19. С.762-768.
- [64] Золотоверх И.И., Ларионцев Е.Г. Влияние параметров твердотельных кольцевых лазеров на характеристики автомодуляционных колебаний //Квантовая электроника. - 1993. - Т.20. - С.67-70.
- [65] Золотоверх И.И., Кравцов Н.В., Ларионцев Е.Г., Макаров А.А., Фирсов В.В. Спектр релаксационных частот твердотельного кольцевого лазера в автомодуляционном режиме генерации // Квантовая электроника. - 1994. -Т.21. - С.5-6.
- [66] Efanova I.P., Lariontsev E.G. Interaction of oppositely directed waves in a solid state ring laser // Sov.Phys.JETP. - 1969. - v.28. - no.4. - pp.802-806.
- [67] Золотоверх И.И., Ларионцев Е.Г. Новые возможности измерения оптической невзаимности в твердотельном кольцевом лазере // Квантовая электроника. 1993. Т.20. С.489-492.

- [68] Клочан Е.Л., Корниенко Л.С., Кравцов Н.В., Ларионцев Е.Г., Шелаев А.Н. Однонаправленная генерация в кольцевом твердотельном лазере // Доклады АН СССР. - 1974. - Т.215. - С.313-316.
- [69] Доценко А.В., Ларионцев Е.Г. Режим биений в кольцевом лазере на твердом теле // Квантовая электроника. 1977. Т.4. С.1099-1101
- [70] *Клименко Д.Н., Ларионцев Е.Г.* Новые периодические и хаотические режимы в твердотельном кольцевом лазере с фазовой оптической невзаимностью // *Квантовая электроника.* -1998. Т.25. С.369-371.
- [71] *Кравцов Н.В., Чекина С.Н.* Влияние постоянного магнитного поля на нестационарные режимы генерации твердотельных кольцевых лазеров // *Квантовая электроника.* 2007. Т.37. С.140-142.
- [72] Алёшин Д.А., Кравцов Н.В., Ларионцев Е.Г., Чекина С.Н. Влияние постоянного магнитного поля на квазипериодические и хаотические режимы генерации твердотельных кольцевых лазеров // Квантовая электроника.-2005. - Т.35. - С.7-12.
- [73] Schwartz S., Feugnet G., Lariontsev E., Pocholle J.-P., Oscillation regimes of a solid-state ring laser with active beat-note stabilization: From a chaotic device to a ring-laser gyroscope // Phys. Rev. A. - 2007. - v.76. - p.023807
- [74] Кравцов Н.В. Возникновение частотной невзаимности в кольцевом чиплазере при модуляции коэффициентов связи встречных волн //Квантовая электроника. - 2005. - Т.35. - С.711-714.
- [75] Золотоверх И.И., Ларионцев Е.Г. Параметрический резонанс в автономном твердотельном кольцевом лазере // Квантовая электроника. - 1995. - Т.22. -С.1171-1175.

- [76] Кравцов Н.В., Ларионцев Е.Г. Автомодуляционные колебания и релаксационные процессы в твердотельных кольцевых лазерах // Квантовая электроника. - 1994. - Т.21. - С.903-918.
- [77] *Анищенко В.С.* Знакомство с нелинейной динамикой. Москва-Ижевск: Институт компьютерных исследований, 2002.
- [78] Анищенко В.С. Сложные колебания в простых системах. Москва: Наука, 1990.
- [79] Хандохин П.А., Ханин Я.И. Хаотическая динамика Nd:YAG лазера с кольцевым резонатором // Квантовая электроника. 1988. -T.15. С.1993-1998.
- [80] Khanin Ya.I. Mechanism of nonstationary behavior of solid-state lasers // J.Opt.Soc.Amer.B. - 1988. - v.5. - pp.889-898.
- [81] *Khandokhin P.A., Khanin Ya.I.* Instabilities in a solid-state ring laser // *J.Opt.Soc.Amer.B.* 1985. v.2.- no.1. -pp.226-231.
- [82] Hoffer L.M, Lipp G.L., Abraham N.B., Mandel P. Phase and frequency jumps in a bidirectional ring laser // Optics Comms. - 1988. -v.66 -no.4. - pp.219-224
- [83] Хандохин П.А. Низкочастотные процессы в твердотельном кольцевом лазере.: дис. канд. ф.-м.н.:01.04.04. Горький, 1985.
- [84] Корюкин И.В., Хандохин П.А., Ханин Я.И. Частотная динамика двунапрвленного кольцевого лазера с невзаимным резонатором // Квантовая электроника. 1990. Т.17. С.978
- [85] Клочан Е.Л., Корниенко Л.С., Кравцов Н.В., Ларионцев Е.Г., Шелаев А.Н. Ширина полосы синхронизации в твердотельном кольцевом лазере // Письма ЖЭТФ. - 1975. - Т.21. - С.30-33.

- [86] Клочан Е.Л., Корниенко Л.С., Кравцов Н.В., Ларионцев Е.Г., Шелаев А.Н. Спектральные характеристики твердотельного ОКГ на YAG:Nd<sup>3+</sup> // Радиотехника и электроника. - 1974. - Т.19. - С.2096.
- [87] Clobes A.R., Brienza M.J. Single-frequency travelling-wave Nd:YAG laser // Appl.Phys.Lett. - 1972. - T.21. - C.265-267.
- [88] Хандохин П.А., Ханин Я.И. Хаотический режим генерации твердотельного кольцевого лазера с низкочастотной синусоидальной модуляцией потерь // Квантовая электроника. – 1984. - Т.11. - С.1483–1488.
- [89] Доценко А.В., Корниенко Л.С., Кравцов Н.В., Ларионцев Е.Г., Шелаев А.Н. Ослабление конкуренции встречных волн при генерации гармоник в кольцевом твердотельном лазере // ДАН СССР. - 1980. - Т.255.- С.339-341.
- [90] Доценко А.В., Ларионцев Е.Г. Режим биений в кольцевом твердотельном лазере с нелинейным поглотителем. // Письма в ЖТФ. 1977. Т.3. -С.899-902.
- [91] Доценко А.В., Ларионцев Е.Г. Режимы непрерывной генерации твердотельного кольцевого лазера с нелинейным поглотителем // Квантовая электроника. 1979. Т.6. -С. 979-985.
- [92] Корниенко Л.С., Кравцов Н.В., Наумкин Н.И. Влияние внутрирезонаторного ВКР на характер генерации твердотельного кольцевого лазера. // ЖТФ. -1981. - Т.51. - С.1741–1742.
- [93] Клочан Е.Л., Ларионцев Е.Г., Наний О.Е., Шелаев А.Н. Твердотельный кольцевой лазер с нелинейным поглотителем // Квантовая электроника.-1987. - Т.14. - С.1385-1392.
- [94] Шелаев А.Н. Новая возможность управления конкурентным взаимодействием встречных волн в твердотельном кольцевом лазере // *Квантовая электроника*. 1983. Т.10. С.1053-1056.

- [95] Кирьянов А.В., Корниенко Л.С., Кравцов Н.В., Наний О.Е., Пашинина Н.П., Сидоров В.А., Сусов А.М., Шелаев А.Н., Яценко Ю.П. Новые методы управления излучением непрерывных твердотельных лазеров с помощью нелинейно-оптических эффектов // Вестник МГУ, Сер.3. - 1986. - Т.27. -С.81-87.
- [96] *Diels J.C., McMicheal J.C.* Influence of wave front-conjugated coupling on the operation of a laser gyro // *Opt. Lett.* 1981. v.6. no.5. pp.269-271.
- [97] Pochi Yeh. Photorefractive coupling in ring resonators // Appl.Optics. 1984. v.23. no.17. pp.2974-2978.
- [98] Доценко А.В., Ларионцев Е.Г. Использование цепи обратной связи для стабилизации режима биений в твердотельном кольцевом лазере // Квантовая электроника. 1984. -Т.11. -С.176-178.
- [99] Доценко А.В., Корниенко Л.С., Кравцов Н.В., Ларионцев Е.Г., Наний О.Е., Шелаев А.Н. Использование цепи обратной связи для стабилизации режима биений в твердотельном кольцевом лазере // Квантовая электроника. 1986. Т.13. С.95-102.
- [100] Kornienko L.S., Kravtsov N.V., Shelaev A.N. The effect of intraresonator nonlinear optical and magneto-optical phenomena upon the competitive interaction of oppositely directed light waves // Proceedings of SPITE. - 1984. v.473. - pp.219-222.
- [101] *Ларионцев Е.Г., Шелаев А.Н.* Новый метод управления взаимодействием встречных световых волн в усиливающей среде за счёт волн автоподсветки // Квантовая электроника. - 1986. - Т.13. - С.430-432.
- [102] *Клименкова Е.В., Ларионцев Е.Г.* Ослабление конкуренции встречных волн в кольцевом лазере с помощью волн автоподсветки // *Квантовая* электроника. - 1986. - Т.13. - С.430.

- [103] *Наний О.Е., Шелаев А.Н.* Магнитооптические эффекты в твердотельном кольцевом лазере на YAG:Nd<sup>3+</sup> с неплоским резонатором // *Квантовая* электроника. 1984. Т.11. С.943-948.
- [104] *Парфёнов С.В., Шелаев А.Н.* Невзаимные оптические эффекты для встречных УКИ при дифракции Брэгга на стоячей ультразвуковой волне // *Естественные и технические науки.* - 2011. - № 5. - С. 22-26.
- [105] Парфёнов С.В., Шелаев А.Н. Фазовые характеристики брэгговских акустооптических модуляторов на стоячей ультразвуковой волне // Естественные и технические науки. - 2011. - №4. - С.45-47.
- [106] Веселовская Т.В., Клочан Е.Л., Ларионцев Е.Г., Парфёнов С.В., Шелае А.Н. Амплитудная и фазовая невзаимности акустооптических модуляторов для встречных световых волн при дифракции Брэгга // Квантовая электроника. - 1990. - Т.17. - С.823-828.
- [107] Кравцов Н.В., Парфёнов С.В., Шелаев А.Н. Стабилизация режима биений и знакопеременная оптическая невзаимность при нестационарной самодифракции волн автоподсветки в активной среде твёрдотельного кольцевого лазера // Квантовая электроника. 1991. Т. 18. С. 76-78.
- [108] Кравцов Н.В., Парфёнов С.В., Шелаев А.Н. Частотные характеристики твёрдотельного кольцевого лазера с волнами автоподсветки в режиме синхронизации мод // Квантовая электроника. 1991. Т. 18. С. 566-571.
- [109] Кравцов Н.В., Парфёнов С.В., Шелаев А.Н. Твёрдотельный кольцевой лазер с волнами автоподсветки и антирезонансной дифракционной акустооптической обратной связью // Квантовая электроника. 1990. Т.17.
   С.1408-1411.
- [110] Шабатько Н.М., Кравцов Н.В., Кравцов Н.Н., Наний О.Е. Влияние магнитного поля на кольцевой чип-лазер на YAG:Nd<sup>3+</sup> // Квантовая Электроника. 1994. Т.21. С.709-710..

- [111] Kane T.J., Cheng E.A. Fast frequency tuning and phase locking of diode-pumped Nd:YAG ring lasers // Opt.Letters. – 1988. – v.13. – no.11. - pp.970 972.
- [112] Парфенов В.А., Ханодохин П.А., Ханин Я.И. Неустойчивости в одночастотном твердотельном кольцевом лазере и эффект регенеративного усиления шумов // Квантовая электроника. 1988. Т.15. С.1985-1992.
- [113] Hall G.J., Ferguson A.I. Generation of single-frequency radiation at 1064, 1319, and 659.5 nm with an all-solid-state, out-of-plane Nd:YAG ring laser // Opt. Letters. 1994. v.19. pp.557-559.
- [114] *Хандохин П.А., Ханин Я.И.* Взаимодействие релаксационных колебаний и неустойчивости в двунаправленном лазере класса В с невзаимным кольцевым резонатором // *Квантовая электроника.* 1996. Т.23. С.36-38.
- [115] Воронин В.Г., Наний О.Е. Одночастотный монолитный кольцевой лазер с акустооптическим изолятором // Квантовая электроника. 1997. Т.24. С.891-892.
- [116] Воронин В.Г., Корниенко Л.С., Наний О.Е. Самосогласованный расчет твердотельных кольцевых лазеров с акустооптическими интерференционными элементами // Квантовая электроника. - 1996. - Т.23. -С.1095-1099.
- [117] Дудецкий В.Ю. Бистабильность автомодуляционных колебаний в твердотельных кольцевых чип-лазерах // Квантовая электроника. - 2013. -Т.43. - С.1024-1028.
- [118] Попков А.Ф., Чиченков М.Ю. Влияние тепловых флуктуаций на автоколебания спинов в микроволновом наногенераторе // Письма ЖЭТФ. -2008. - Т.88. - С.624-628.

- [119] Kim J.-V., Tiberkevich V., Slavin A.N. Generation linewidth of an auto-oscillator near generation threshold: application to spin-torque nano-oscillators // Phys.Rev.Lett. - 2008. - v.100. - p.017207.
- [120] Kim J.-V., Mistral Q., Chappert C., Tibercevich V.S., Slavin A.N. Line shape distortion in a nonlinear auto-oscillator near generation threshold: application to spin-torque nano-oscillators // Phys.Rev.Lett. - 2008. - v.100. - p.167201.
- [121] Tibercevich V., Slavin A.N., Kim J.-V. Microwave power generated by a spintorque oscillator in the presence of noise // Appl.Phys.Lett. - 2007. - v.91. p.192506.
- [122] Кравцов Н.В., Ларионцев Е.Г. Неизохронность частоты излучения твердотельного лазера с однородно уширенной линией усиления // Квантовая электроника. 2009. Т.39. С.1045-1046.
- [123] Антипов О.Л., Кужелев А.С., Лукьянов А.Ю., Зиновьев А.П. Изменение показателя преломления лазерного кристалла Nd:YAG при возбуждении ионов Nd<sup>3+</sup> // Квантовая электроника. 1998. T.25. C.891-898.
- [124] Антипов О.Л., Бердихин Д.В., Еримейкин О.Н., Ивакин Е.В., Савикин А.П., Суходолов А.В., Фёдорова К.А. Механизмы изменения показателя преломления кристалла YAG-Yb при интенсивной накачке // Квантовая электроника. - 2006. - Т.36. - С.418-423.
- [125] Аулова Т.В., Золотоверх И.И., Кравцов Н.В., Ларионцев Е.Г., Чекина С.Н. Неизохронность частоты автомодуляционных колебаний в твердотельном кольцевом лазере // Квантовая электроника. - 2010. - Т.40. - С.199-202.
- [126] Аулова Т.В., Кравцов Н.В., Ларионцев Е.Г., Чекина С.Н. Квазипериодический режим автомодуляционных колебаний с низкочастотной импульсной огибающей // Квантовая электроника. 2011. Т.41. С.13-16.
- [127] Аулова Т.В., Кравцов Н.В., Ларионцев Е.Г., Чекина С.Н., Фирсов Н.Н. Управление режимами генерации кольцевого чип-лазера при воздействии постоянным магнитным полем // Квантовая электроника. – 2013. – Т.43. – С.477-480.
- [128] Аулова Т.В., Кравцов Н.В., Ларионцев Е.Г., Чекина С.Н. Параметрическое возбуждение релаксационных колебаний на субгармонике внешнего модулирующего сигнала в кольцевом YAG : Nd-лазере // Квантовая электроника. – 2012. – Т.42. – С.659-662.
- [129] *Кравцов Н.В., Ларионцев Е.Г., Чекина С.Н.* Стохастический резонанс на субгармонике периодического сигнала модуляции в твердотельном кольцевом лазере // *Квантовая электроника.* 2013. Т.43. С.917-919.