Л.В. Евсеенко, А.А. Куракин, А.В. Тултаев, А.П. Черняев

Математическая модель фантома человека в радионуклидной диагностике и терапии

Препринт НИИЯФ МГУ – 2002 – 24/708

МОСКОВСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ им. М.В. ЛОМОНОСОВА НАУЧНО-ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ ИНСТИТУТ ЯДЕРНОЙ ФИЗИКИ им. Д.В. СКОБЕЛЬЦЫНА

Л.В. Евсеенко, А.А. Куракин, А.В. Тултаев, А.П. Черняев

Математическая модель фантома человека в радионуклидной диагностике и терапии

Препринт НИИЯФ МГУ – 2002 – 24/708

УДК 615.849.1+616-073.75 ББК 53.4 M34

Evseenko L.V., Kurakin A.A., Tultaev A.V., Chernyaev A.P. E-mail address: luda_evseenko@mail.ru The mathematical description of the male's phantom in radionuclide

diagnostic and therapy

Preprint NPI MSU - 2002 - 24/708

Abstract:

The authors have developed the computing male's phantom, including models of skeleton and softtissue organs. Calculating absorbed dozes in the organs have been completed with the point-source kernel method for the patients of different ages and they have been compared with the known table data MIRD.

Евсеенко Л.В., Куракин А.А., Тултаев А.В., Черняев А.П.

Математическая модель фантома человека в радионуклидной диагностике и терапии

Препринт НИИЯФ МГУ – 2002 – 24/708

Аннотация:

Авторами разработан компьютерный фантом человека, включающий в себя модели скелета и внутренних органов. Методом точечного источника были выполнены расчеты поглощенных доз облучения органов разных по возрасту пациентов и проведено сравнение их с известными табличными данными MIRD (Medical Internal Radiation Dose).

© Евсеенко Л.В., 2002
© Куракин А.А., 2002
© Тултаев А.В., 2002
© Черняев А.П., 2002
© НИИЯФ МГУ, 2002

оглавление

ВВЕДЕНИЕ	3
МАТЕРИАЛЫ И МЕТОДЫ	.6
1. МЕТОДЫ РАДИОМЕТРИИ ВСЕГО ТЕЛА ЧЕЛОВЕКА И СИЧ	6
2. МЕТОД МОНТЕ-КАРЛО	8
3. MIRD – ФОРМАЛИЗМ	12
4. МЕТОД ТОЧЕЧНОГО ИСТОЧНИКА	13
РЕЗУЛЬТАТЫ И ОБСУЖДЕНИЯ	17
1. РАСЧЕТ ФАНТОМА ЧЕЛОВЕКА	17
2. РАСЧЕТ ФАНТОМА СКЕЛЕТА ЧЕЛОВЕКА	18
3. РАСЧЕТ ФАНТОМА ВНУТРЕННИХ ОРГАНОВ	20
4. ОБСУЖДЕНИЕ РЕЗУЛЬТАТОВ	22
ЗАКЛЮЧЕНИЕ	26
ПРИЛОЖЕНИЕ	27
1. СКЕЛЕТ ЧЕЛОВЕКА	27
2. ВНУТРЕННИЕ ОРГАНЫ ЧЕЛОВЕКА	35
3. ХИМИЧЕСКИЙ СОСТАВ ОРГАНОВ ЧЕЛОВЕКА	62
ЛИТЕРАТУРА	53

введение

Успехи области изучения ядерной физики В сделали возможным ионизирующего излучения в различных областях применение научных исследований, в том числе биологии и медицине. Радиоактивные изотопы в настоящее время широко применяются при диагностических исследованиях и в лечебной практике В качестве радиофармацевтических препаратов, включающих в себя различные активные химические ингредиенты, в одну из химических структур которых включены различные радионуклиды [1, 2]. Одной значимости ИЗ задач оценки клинико-диагностической диагностических радиофармпрепаратов (РФП) является оценка их радиационной безвредности для пациентов.

Основной задачей оценки клинико-терапевтической значимости РФП, применяемых с лечебной целью, является определение соотношения поглощенных доз излучения РФП в патологическом органе к дозам облучения в других органах и тканях, а также всего тела человека. Современные методы расчетов поглощенных доз излучения радионуклидов, вводимых в организм больного, с погрешностью 50-100% удовлетворяют требованиям гигиенической дозиметрии, но никак не требованиям радионуклидной терапии (современные требования 10-20%).

Радиоактивные вещества могут случайно проникать в организм человека в результате профессионального или какого-либо другого хронического воздействия [1]. Поэтому задачей медицинских физиков является также оценка гигиенических доз с целью обеспечения радиационной безопасности как профессиональных работников, так и населения в обычных условиях и при радиационных авариях. Изотопы могут попадать в организм человека через органы дыхания, пищеварения, поврежденную или неповрежденную кожу, а также путем инъекций при диагностических и лечебных процедурах [1].

Диапазон клинических методов исследований в диагностике и терапии, применяемых в настоящее время, очень широк. Практически функции почти всех органов и систем организма могут быть исследованы при помощи метода радиоиндикации [2].

Большое значение имеют радиодиагностические исследования в онкологии при диагностике локализации злокачественных образований и метастазов. Все эти методы диагностики и терапии не имеют смысла без определения с погрешностью хотя бы 20% выделившейся энергии излучения на единицу массы в органах и всем теле пациентов.

В настоящее время для определения доз внутреннего облучения принят расчетный метод, поскольку прямые измерения поглощенной дозы излучения РФП, даже в полых органах, доступных для введения внутрь современных дозиметрических средств, травматичны. В большинстве органов и тканей прямые измерения доз излучения РФП невозможны без нарушения их целостности. Утвердившийся среди медицинских физиков подход к расчетам поглощенных и эквивалентных доз излучения РФП в органах и всем теле пациента, называемый MIRD-формализмом (Medical Internal Radiation Dose) или MIRD-методом, включает:

1. Экспериментальное определение количества распавшихся ядер радионуклида (интегральную активность) в органах-источниках, обладающих тропностью к РФП.

2. Расчет поглощенных доз по данным интегральной активности и спектрам излучения радионуклидов РФП в органах-источниках и органах-мишенях условного человека с использованием специфических дозиметрических величин – удельных поглощенных фракций [3 - 8].

Интегральную активность радионуклидов в органах и тканях пациентов вычисляют по данным фармакокинетики РФП с помощью внешних для пациента радиометрических приборов и установок [6, 9]. Фармакокинетика –

это динамика распределений РФП по органам и тканям в зависимости от времени.

Удельные поглощенные фракции, определяемые как отношение энергии, поглощенной в единице массы органа-мишени, к энергии, излучаемой из органа-источника, рассчитываются по методу Монте-Карло с использованием математической модели анатомического строения усредненного по массам и взаимным расположениям органов "стандартного человека" – фантома. Фантомы человека разных возрастов разрабатываются с 60-х годов и до настоящего времени уточняются и совершенствуются [10 - 12].

Данные спектральных характеристик, энергии и интенсивности излучения радионуклидов также постоянно уточняются и публикуются Международной комиссией по радиационной защите (МКРЗ) [13, 14].

В реальных условиях значения поглощенных доз каждого отдельного пациента могут значительно отличаться от расчетных данных с использованием фантома "стандартного человека".

Целью настоящей работы является математическое моделирование фантома человека и его внутренних органов, а также сравнительный анализ методов расчета поглощенных доз в органах и тканях при внутреннем облучении: принятого с использованием фантома "стандартного человека" и табличных данных поглощенных фракций, рассчитанных по методу Монте-Карло, и метода точечного источника, с помощью которого можно проводить расчеты поглощенных доз для пациентов, анатомические характеристики которых отличаются от "стандартного человека".

МАТЕРИАЛЫ И МЕТОДЫ

1. МЕТОДЫ РАДИОМЕТРИИ ВСЕГО ТЕЛА ЧЕЛОВЕКА И СИЧ

Основой для оценки качества и фундаментальной пригодности РФП являются данные о количественном распределении их по шкале времени в органах и во всем теле человека, то есть фармакокинетика РФП.

Исследование фармакокинетики РФП проводилось с помощью счетчика излучения человека (СИЧ), включающего в себя сцинтилляционный детектор с кристаллом NaI диаметром 90 мм и высотой 40 мм. Детектор располагается над центром кровати пациента на расстоянии 2,8 м. В качестве регистрирующего устройства был использован многоканальный амплитудный анализатор импульсов NTA-1024 (Венгрия) и специализированная ЭВМ-приставка к нему EMG-666 (Венгрия) [9].

Относительное содержание радионуклида в органах пациента в зависимости от времени с момента внутривенного введения препарата определялось способом счета излучения всего тела с последовательным экранированием отдельных его участков – проекций органов.

В дополнение к СИЧ использованы передвижные сцинтиблоки для динамической записи на потенциометрах графиков зависимости от времени накопления и выведения РФП в проекциях отдельных органов пациента. В процессе изучения фармакокинетики также использовались гамма-камеры для разделения накладывающихся в одной проекции различных органов пациента.

Содержание препарата в крови, относительно введенного, измерялось с помощью колодцевого счетчика (детектор в виде колодца), показания которого градуировали по показаниям результатов измерения активности шприца с РФП, а затем измеряли активности проб крови, взятых у пациента в разное время. Измерения активности РФП в шприце, остаточной активности пустого шприца

после введения препарата, а также активностей проб крови делались с поправкой на распад радионуклида во времени. На рис. 1 представлена схема измерения излучения всего тела и отдельных органов человека.





Измерения активности органов методом экранирования проводились в двух позициях – спереди и сзади с одной временной экспозицией, что позволило снизить эффект экранирования излучения тканями тела пациента [9]. Относительное содержание РФП (в %) в исследуемых органах вычислялось по скорости счета излучения над органами относительно скорости счета излучения всего тела по формулам:

$$\kappa = \frac{N_{ope}}{N_{om}} \cdot \exp(\frac{0.693}{T_{1/2}} \cdot t) \times 100\% \qquad (1).$$

Скорость счета над органом определялась как:

$$N_{op2} = N_{\rm em} - N_{\rm em(3)} \qquad (2),$$

где N_{вт} – скорость счета излучения всего тела;

N_{орг} – скорость счета излучения органа;

T_{1/2} – период полураспада радионуклида;

t – время от момента введения РФП.

Суммарное выражение содержания РФП в органах по результатам измерений двух позиций:

$$\kappa = \left(\frac{N_{BT} - N_{BT(3)}}{N_{BT}}\right)_{n}^{1/2} \cdot \left(\frac{N_{BT} - N_{BT(3)}}{N_{BT}}\right)_{3}^{1/2} \cdot \exp(\frac{0.693}{T_{1/2}} \cdot t) \times 100\%$$
(3)

Здесь индексы *n* и з обозначают переднюю и заднюю проекции.

Интегральная активность представляет собой площадь под кривой, отражающей динамику распределения активности РФП в каждом органе по времени. Зная интегральную активность как количество распадов радионуклидов в каждом органе источнике и используя схемы распадов, определяют суммарную энергию как проникающего фотонного, так и непроникающего электронного и α-излучения [9].

Учитывая то, что каждый орган-источник, испускающий фотоны, облучает как себя, так и другие органы, необходимо определить суперпозицию взаимного облучения. Для этой цели по схеме MIRD (Medical Internal Radiation Dose), разработанной Американской ассоциацией медицинских физиков, используются специфические дозиметрические величины – поглощенные фракции, рассчитанные методом Монте-Карло [7].

2. МЕТОД МОНТЕ-КАРЛО

Большинство практических задач, связанных с прохождением излучения через вещество, с достаточно высокой точностью решаются методом Монте-Карло [15,16]. Этому способствовал статистический характер описания взаимодействия у-квантов с веществом [15].

В приложении к физике метод Монте-Карло можно определить как метод исследования физического процесса путем создания и эксплуатации стохастической модели, отражающей динамику данного процесса [17].

На основании данных эксперимента с определенной погрешностью известна вероятность перехода частиц из одного состояния в другое в фазовом пространстве характеристик

(координат) частицы. Это дает возможность моделировать «историю» конкретной частицы, так что, рассматривая достаточно большое количество таких историй, можно полностью восстановить картину прохождения излучения через вещество, соответствующую нашим представлениям о реальном процессе. Это, очевидно, дает возможность проверить и уточнить эксперимент, а во многих случаях отказаться от эксперимента и заменить его расчетом [15].

При решении задач методом Монте-Карло предполагается, что частицы не взаимодействуют друг с другом, и вероятность перехода частицы в каждое последующее состояние зависит только от предыдущего.

В задаче прохождения частиц через вещество реализация метода сводится к построению большого количества траекторий частиц, представляющих некоторые ломаные линии, прямолинейные участки которых характеризуют свободные пробеги до столкновений. Этот пробег, а также результат столкновения, то есть новое состояние частицы (направление движения и энергия рассеянных частиц первичного пучка и вторичных частиц), являются случайными величинами, описываемыми соответствующими вероятностными распределениями. Конкретная реализация величин, определяющих состояние частиц, выполняется с помощью розыгрышей этих распределений. Полученные таким образом результаты конечной выборки (N-траекторий) обрабатываются статистическими методами [15, 18].

Рассмотрим в общих чертах моделирование методом Монте-Карло задачи о прохождении уквантов через вещество[15 – 18, 19].

Будем считать, что состояние γ -кванта характеризуется пространственными координатами $\mathbf{r} = (x, y, z)$, направлением полета Ω (единичным вектором с компонентами угла u,v,w) и энергией Е или, для кратности, вектором X = (x, y, z, u, v, w, E). Первый этап состоит в моделировании источника излучения. Задается функция плотности вероятности G (X), характеризующая источник, и реализуется случайная величина X₀ в соответствии с функцией G (X).

Моделирование перехода γ-кванта в состояние X₁ разбивают на несколько этапов:

1. определяют расстояние, которое проходит γ -квант в веществе до точки следующего взаимодействия **r**₁, и находят координаты x₁, y₁, z₁, проверяют, не покинул ли γ -квант интересующую область;

2. определяют тип взаимодействия γ-квантов с веществом в соответствии с заданными вероятностями при энергии E;

3. в соответствии с этим регистрируют либо гибель γ -квантов, либо рождение пары е – и е ⁺, либо рассеяние γ -кванта;

4. определяют угол рассеяния и новую энергию рассеянного γ -кванта, то есть Ω_1 и E_1 , либо направление полета Ω_1 ' и энергию E_1 ' каждого из пары родившихся γ -квантов.

Затем процедуру повторяют для первичной частицы, имеющей вместо начальных угла и энергии – разыгранные значения до тех пор, пока энергия частицы не станет меньше некоторой минимальной величины T_g, при которой ее можно считать поглощенной в мишени, или частица не покинет мишень. В последнем случае фиксируются ее энергия и направление движения. Вторичные частицы (атомы отдачи, электроны, фотоны тормозного излучения, продукты ядерных взаимодействий) прослеживаются по аналогичной схеме с использованием для каждого вида излучения своих вероятностных законов взаимодействия.

Кроме совершенно очевидного фактора больших затрат машинного времени реализация конечной выборки из N-траекторий не гарантирует возможности учета маловероятных, но

представляющих подчас наибольший интерес событий. В этих случаях принимают искусственные закономерности, цель которых – повышать вес таких редких событий. При этом процедуры Монте-Карло должны быть такими, чтобы использование смещенных распределений обеспечило несмещенные оценки интересующих нас величин.

Метод Монте-Карло применяется в физике элементарных частиц, нейтронной физике, квантовой теории поля, в статистической физике, ядерной геофизике, аэро- и гидродинамике и других областях науки [17].

Метод Монте-Карло обладает рядом достоинств [15 – 18, 19]. В настоящее время этот метод является основным средством решения задач переноса излучения в средах со сложной геометрией, в условиях энергетической зависимости сечений и неизотропности процессов рассеяния. Метод применим к любым задачам, допускающим статистическое описание, ко многим задачам, сформулированным на детерминистском языке (вычисление интегралов, приближенное решение дифференциальных уравнений и др.). Наличие сильных градиентов потока вблизи границы раздела двух сред, сильно различающихся по плотности, наличие неоднородных примесей, отсутствие симметрии поля излучения и, следовательно, высокая размерность задач заставляют обращаться к методу Монте-Карло. Кроме того, метод выделяется прежде всего строгостью исходных допущений, позволяющей практически точно описывать поведение излучения в сложных средах. Метод максимально приспособлен для использования на ЭВМ.

Хотя для реализации метода Монте-Карло не требуется записи уравнения переноса, каждой его вычислительной схеме соответствует вариант уравнения переноса.

3. MIRD – ФОРМАЛИЗМ

MIRD-формализм (Medical Internal Radiation Dose) или MIRD-метод – принятый медицинскими физиками за рубежом и в нашей стране метод расчета поглощенных эквивалентных излучения И ДОЗ диагностических радиофармпрепаратов $(P\Phi\Pi)$ В органах И тканях математически "стандартного человека" формализованной модели С использованием поглощенных фракций.

При расчете поглощенных фракций по методу Монте-Карло необходимо знать взаимные расположения, формы и размеры органов человека.

Формы, размеры и массы органов, рекомендованные Международной комиссией по радиобиологической защите (МКРЗ), были получены при помощи статистической обработки усредненных секционно-анатомических данных,

представленных многими авторами¹ [7, 20]. Каждый орган представляется в виде системы уравнений и неравенств трех независимых переменных и постоянных величин, определяющих координаты центров органов, их размеры, форму и взаимное расположение друг относительно друга [7, 21 - 23]. Эти коэффициенты различны для десятилетнего, пятнадцатилетнего и взрослого человека. Начало системы координат соответствует точке между пятым поясничным позвонком и крестцом. Ось х направлена в сторону левой руки во фронтальной плоскости, ось у – кзади в сагиттальной плоскости, ось z направлена вверх по позвоночному столбу.

Справочным пособием для анализа и расчетов спектральных характеристик излучения всех РФП стала публикация №38 Международной комиссии по радиационной защите (МКРЗ) [13].

Расчет поглощенных доз излучения РФП проводился на ЭВМ по разработанной программе, базой данных которой были массы органов, удельные поглощенные фракции, спектральные характеристики излучений радионуклидов и усредненные коэффициенты качества излучений радионуклидов РФП [24, 25].

Конечная формула расчета среднего значения поглощенной дозы в какомлибо органе имеет вид:

$$\overline{D_k} = \sum_j \overline{A_j} \sum_i \Delta_i F_i (V_k \leftarrow V_j) + \frac{\overline{A_k} \Delta_{H.H}}{m_k}$$
(4)

 $\overline{A_{j}}$ – суммарное число распадов радионуклида в V_j объеме, содержащем источник излучения (орган-источник) за время пребывания в нем РФП;

Δ_{*i*} – энергия, излучаемая на один распад радионуклида для каждой линии фотонного спектра излучения;

A_k – суммарное число распадов радионуклида в органе-мишени, в котором определяется поглощенная доза;

¹ Значения масс органов, их плотность и атомный состав даны в приложении.

 $F_i(V_k \leftarrow V_j)$ – удельная поглощенная фракция – отношение энергии, поглощенной в единице массы органа-мишени с объемом V_j от источника, к энергии, излучаемой из объема V_k органа-источника для каждой i-ой линии фотонного спектра излучения;

 $\Delta_{H.H}$ – энергия, излучаемая на один распад для всех непроникающих излучений, включающих бета-частицы, электроны внутренней конверсии, электроны Оже и характеристическое фотонное излучение с энергиями менее 10 кэВ;

m_k – масса органа-мишени [9].

4. МЕТОД ТОЧЕЧНОГО ИСТОЧНИКА

В методе точечного источника использовано уравнение, описывающее поглощение энергии на расстоянии г от точечного источника моноэнергетических фотонов в однородной бесконечной среде (воде):

$$\Phi(r) = \frac{\mu_{en}}{\rho} \cdot \frac{1}{4\pi r^2} \cdot \exp(-\mu r) \cdot B(\mu r)$$
 (5),

где

 $\Phi(r)$ – точечная изотропная удельная поглощенная фракция от r;

μ_{en} – линейный коэффициент поглощения энергии;

μ – линейный коэффициент ослабления;

 ρ – плотность среды;

B(*μr*) – фактор накопления, учитывающий вклад рассеянного излучения в поглощенную энергию [7].

Фактор накопления для точечных источников в воде может быть представлен в виде:

$$B(\mu r) \approx 1 + \exp(\alpha \mu r) \sum_{n=1}^{9} a_n (\mu r)^n \qquad (6),$$

где значения коэффициентов α и a_n (n = 1,2,...9) известны для определенных энергий [26]. Для технеция с энергией 140 кэВ, взятого нами в качестве РФП, эти значения представлены в таблице 1:

$$\alpha = -0.0173$$

Таблица 1. Значения коэффициентов a_n, входящих в уравнение для фактора накопления.

$a_1 = 1.50$	$a_4 = 1.05 \cdot 10^{-2}$	$a_7 = -2.59 \cdot 10^{-6}$
$a_2 = 1.20$	$a_5 = -8.08 \cdot 10^{-4}$	$a_8 = 5.14 \cdot 10^{-8}$
$a_3 = 1.20 \cdot 10^{-1}$	$a_6 = 6.80 \cdot 10^{-5}$	$a_9 = -4.06 \cdot 10^{-10}$

Подставляя (6) в (5), получим:

$$\Phi = \frac{\mu_{en}}{\rho} \cdot \frac{1}{4\pi r^2} \cdot \exp(-\mu r) \cdot (1 + \exp(\alpha \mu r) \sum_{n=1}^9 a_n (\mu r)^n)$$
(7)

Учитывая, что значения фактора накопления рассчитываются для бесконечной среды, а мы имеем дело с объектами ограниченных размеров, которыми являются человек и его органы, необходимо ввести соответствующие поправки к значениям фактора накопления.

Моделируя тело и голову человека круговыми цилиндрами I и II, радиус и высота которых R₁, H₁ и R₂, H₂ соответственно, формулу для коэффициента, учитывающего данные поправки, можно представить следующим образом:

$$K = 1 - (K_1 + K_2 + K_3) \qquad (8),$$

где

$$K_{1} = \frac{R_{1}}{2} \cdot \int_{0}^{H_{1}} \frac{\exp(\mu \sqrt{R_{1}^{2} + z^{2}})}{R_{1}^{2} + z^{2}} dz \qquad (9)$$

учитывает количество непровзаимодействовавших частиц, выбывших из боковой поверхности цилиндра I, моделирующего тело человека;

$$K_{2} = \frac{R_{2}}{2} \cdot \int_{0}^{H_{2}} \frac{\exp(\mu \sqrt{R_{2}^{2} + z^{2}})}{R_{2}^{2} + z^{2}} dz \qquad (10)$$

учитывает количество непровзаимодействовавших частиц, выбывших из боковой поверхности цилиндра II, моделирующего голову человека;

$$K_3 = \frac{1}{2} \cdot (1 - \frac{R_2^2}{R_1^2}) \qquad (11)$$

учитывает количество непровзаимодействовавших частиц, выбывших из верхнего основания цилиндра I и не попавших в цилиндр II.

Фантом	R ₁	H ₁	R ₂	H ₂
10 лет	13.90	50.8	7.43	15.19
15 лет	17.25	63.10	7.77	15.97
взрослый	20.00	70.00	8.00	16.85

Таблица 2. Параметры фантома человека.

В таблице 2 представлены значения параметров круговых цилиндров, моделирующих тело и голову человека.

После подстановки (9) – (11) в (8) получим

$$K = \frac{1}{2} \left(1 - R_1 \int_{0}^{H_1} \frac{\exp(\mu \sqrt{R_1^2 + z^2})}{R_1^2 + z^2} dz - R_2 \int_{0}^{H_2} \frac{\exp(\mu \sqrt{R_2^2 + z^2})}{R_2^2 + z^2} dz + \frac{R_2^2}{R_1^2}\right).$$
(12)

Конечная формула для вычисления поглощенной фракции методом точечного источника имеет вид:

$$\Phi = \frac{\mu_{en}}{\rho} \cdot \frac{1}{8\pi r^2} \cdot \exp(-\mu r) \cdot \left[1 - R_1 \int_0^{H_1} \frac{\exp(\mu \sqrt{R_1^2 + z^2})}{R_1^2 + z^2} dz - R_2 \int_0^{H_2} \frac{\exp(\mu \sqrt{R_2^2 + z^2})}{R_2^2 + z^2} dz + \frac{R_2^2}{R_1^2}\right] \times \\
\times (1 + \exp(\alpha \mu r) \sum_{n=1}^9 a_n (\mu r)^n) \quad (13)$$

Все расчеты по указанным формулам производились для математической модели "усредненного человека" – фантома. В качестве точечного органаисточника мы взяли центр щитовидной железы, учитывая ее малые размеры и считая источник фотонов в ней равномерно распределенным.

Рассчитывались без учета размеров тела человека поглощенные фракции в точечных органах-мишенях по формуле (7). Затем мы вводили поправки к полученному результату с учетом ограниченных размеров тела человека, используя формулу (12).

РЕЗУЛЬТАТЫ И ОБСУЖДЕНИЯ

1. РАСЧЕТ ФАНТОМА ЧЕЛОВЕКА

Для усредненного человека разработана математическая модель, а также созданы гетерогенные фантомы, являющиеся материальным воплощением этой модели (рис.2).



Рис 2. Фантом тела человека.

На рис.2 представлена общая модель усредненного человека.

Туловище, не включая женские молочные железы, представлено эллиптическим цилиндром:

$$\left(\frac{x}{A_T}\right)^2 + \left(\frac{y}{B_T}\right)^2 \le 1,$$
$$0 \le z \le C_T \qquad (13).$$

Голова представлена как правильный эллиптический цилиндр, накрытый половиной эллипсоида:

$$\left(\frac{x}{A_H}\right)^2 + \left(\frac{y}{B_H}\right)^2 \le 1,$$

$$C_T \le z \le C_T + C_{H1} \qquad (14),$$

или

$$\left(\frac{x}{A_{H}}\right)^{2} + \left(\frac{y}{B_{H}}\right)^{2} + \left(\frac{z - [C_{T} + C_{H1}]}{C_{H2}}\right)^{2} \le 1,$$
$$z > C_{T} + C_{H1} \qquad (15).$$

Ноги представлены двумя усеченными конусами:

$$x^{2} + y^{2} \leq \pm x \left(A_{T} + \frac{A_{T}}{C'_{L}} z \right)$$
(16),
$$-C_{L} \leq z \leq 0.$$

В формуле (16) знак «-» берется для правой ноги, а «+» – для левой.

Таблица 3 Параметры фантома человека.

Фантом	A _T	Вт	Ст	A_{H}	$B_{\rm H}$	C _{H1}	C _{H2}	CL	Ċ _L
10 лет	13.90	8.40	50.80	7.43	9.40	15.19	6.59	66.0	90.0
15 лет	17.25	9.80	63.10	7.77	9.76	15.97	6.92	78.0	100.0
взрослый	20.00	10.00	70.00	8.00	10.00	16.85	7.15	80.0	100.0

2. РАСЧЕТ ФАНТОМА СКЕЛЕТА ЧЕЛОВЕКА

Скелет человека и его модель представлены на рис.3.



Рис.3. Скелет человека и его модель.

Скелет включат в себя кости ног, кости рук, таз, позвоночник, череп, грудную клетку, ключицы, лопатки.

Рассмотрим модель и аналитическое выражение грудной клетки².

Грудная клетка. Грудная клетка представлена объемом между двумя концентрическими, вертикальными, эллиптическими цилиндрами, разрезанными эквидистантными горизонтальными плоскостями:

$$\left(\frac{x}{a}\right)^{2} + \left(\frac{y}{b}\right)^{2} \le 1,$$

$$\left(\frac{x}{a-d}\right)^{2} + \left(\frac{y}{b-d}\right)^{2} \ge 1,$$

$$z_{1} \le z \le z_{2} \qquad (17)$$

 $0 \le \frac{z - z_1}{c} < 1 \text{ или } 2 \le \frac{z - z_1}{c} \le 3 \quad . \qquad . \qquad 24 \le \frac{z - z_1}{c} \le 25 \qquad (18).$



Рис. 4. Грудная клетка: модель (а), реальный орган (б).

Таблица 4. Параметры грудной клетки.

Фантом	а	b	d	z_1	Z ₂	с
10 лет	11.82	8.23	0.38	25.43	48.89	1.02
15 лет	14.66	9.60	0.47	32.57	60.65	1.26
взрослый	17.00	9.80	0.50	35.10	67.30	1.40

3. РАСЧЕТ ФАНТОМА ВНУТРЕННИХ ОРГАНОВ

Фантом тела человека, содержащий его внутренние органы, представлен на рис.5.



Рис.5 Фантом тела человека, содержащего внутренние органы.

В настоящей работе получены математические модели девятнадцати внутренних органов человека.

В качестве примера представим модель и аналитическое выражение надпочечников в качестве "органа-мишени"³ [7, 21 - 23].

Надпочечники. Каждый надпочечник, представленный верхней половиной эллипсоида, изображающего почку, определяется как

² Остальные органы даны в приложении.

³ Все остальные "органы-мишени" даны в приложении.

$$\left(\frac{x_1}{a}\right)^2 + \left(\frac{y_1}{b}\right)^2 + \left(\frac{z_1}{c}\right)^2 \le 1 \quad \text{if } z_1 \ge 0 \qquad (19),$$

где (x₁, y₁, z₁) – координаты надпочечников в системе, связанной с системой координат фантома следующими уравнениями в матричной форме:

$$\begin{bmatrix} x_1 \\ y_1 \\ z_1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos \Theta & \sin \Theta & 0 \\ -\sin \Theta & \cos \Theta & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x - x_0 \\ y - y_0 \\ z - z_0 \end{bmatrix}$$
(20)

Здесь (x₀, y₀, z₀) – координаты центра надпочечников в системе координат, связанной с фантомом;

(х, у, z) – координаты надпочечников в этой же системе;

 Θ – угол поворота плоскости (хоу) системы относительно оси z.



Рис.6. Надпочечники: модель (а), реальный орган (б).

Фантом	а	b	с	X ₀	y_0	Z ₀	θ
10 лет	1.17	0.39	3.63	±2.43	4.20	27.58	±57.2
15 лет	1.30	0.43	4.30	±3.02	4.90	34.26	±55.6
взрослый	1.50	0.50	5.00	± 3.50	5.00	38.00	±52.0

Таблица 5. Параметры для надпочечников.

В приведенной таблице 5 значения параметров x₀ и θ берутся положительными для левого и отрицательными для правого надпочечника соответственно.

4. ОБСУЖДЕНИЕ РЕЗУЛЬТАТОВ.

В настоящей работе были получены математические модели человека в целом, костей его скелета и девятнадцати его внутренних органов. Эти модели сравниваются с реальными органами [21 - 23]. Параметры моделей органов меняются для людей различных возрастов [7, 20].

Результаты расчетов поглощенных фракций для внутренних органов человека (для десятилетних, пятнадцатилетних и взрослых людей), выполненных по схеме MIRD [3,4] и рассчитанных нами методом точечного источника по формуле (13)

$$\Phi = \frac{\mu_{en}}{\rho} \cdot \frac{1}{8\pi r^2} \cdot \exp(-\mu r) \cdot [1 - R_1 \int_0^{H_1} \frac{\exp(\mu \sqrt{R_1^2 + z^2})}{R_1^2 + z^2} dz - R_2 \int_0^{H_2} \frac{\exp(\mu \sqrt{R_2^2 + z^2})}{R_2^2 + z^2} dz + \frac{R_2^2}{R_1^2}] \times (1 + \exp(\alpha \mu r) \sum_{n=1}^9 a_n (\mu r)^n),$$

представлены в таблицах 6-8.

В качестве органа-источника в настоящей работе рассматривалась щитовидная железа. Доза от нее в других органах человека (в органах-мишенях) приведена в таблицах 6 – 8 для энергии фотонов 140кэВ – линии фотонного излучения радионуклида Tc-99m.

Сравнение данных результатов свидетельствует о том, что метод точечного источника позволяет рассчитывать значение поглощенной дозы в различных органах в пределах погрешности 20% для пациентов любого возраста, размеров и строения тела.

Как видно из таблиц 6 – 8 для фантома десятилетнего человека погрешности расчетов поглощенных фракций для большинства органов несколько больше (в 1.4 раза), чем для фантомов взрослого и пятнадцатилетнего человека. Это можно объяснить тем, что расстояния между органами у детей значительно меньше, чем у взрослых. Поэтому неопределенность в абсолютном значении взаимного расположения органов вносит большую погрешность в результаты расчетов.

Орган	Фракция	Фракция	Расхождение
	(MIRD)	(точечн. источник)	методов (%)
Надпочечники	$4.04 \cdot 10^{-7}$	$3.46 \cdot 10^{-7}$	14
Мозг	$6.74 \cdot 10^{-6}$	$6.16 \cdot 10^{-6}$	9
Грудная железа	$1.50 \cdot 10^{-6}$	$1.72 \cdot 10^{-6}$	15
Стенки желч. пузыря	$1.31 \cdot 10^{-7}$	$1.28 \cdot 10^{-7}$	2
Стенки н.о. толст.к-ки	$1.02 \cdot 10^{-8}$	8.36 · 10 ⁻⁹	18
Стенки тонкой кишки	$2.42 \cdot 10^{-8}$	$2.83 \cdot 10^{-8}$	17
Стенки желудка	$1.84 \cdot 10^{-7}$	$1.92 \cdot 10^{-7}$	4
Стенки в.о. толст. к-ки	$3.81 \cdot 10^{-8}$	$3.62 \cdot 10^{-8}$	5
Стенки сердца	$2.16 \cdot 10^{-6}$	$2.01 \cdot 10^{-6}$	7
Почки	$1.46 \cdot 10^{-7}$	$1.24 \cdot 10^{-7}$	15
Печень	$4.29 \cdot 10^{-7}$	$4.00 \cdot 10^{-7}$	7
Легкие	$4.40 \cdot 10^{-6}$	$4.53 \cdot 10^{-6}$	3
Яичники	$1.13 \cdot 10^{-8}$	$1.13 \cdot 10^{-8}$	1
Поджелудочная железа	$3.61 \cdot 10^{-7}$	$3.13 \cdot 10^{-7}$	13
Селезенка	$3.90 \cdot 10^{-7}$	$3.22 \cdot 10^{-7}$	17
Семенники	$1.14 \cdot 10^{-9}$	$1.01 \cdot 10^{-9}$	11
Вилочковая железа	$8.10 \cdot 10^{-6}$	$7.41 \cdot 10^{-6}$	9
Стенки моч. пузыря	$4.74 \cdot 10^{-9}$	$4.45 \cdot 10^{-9}$	6
Матка	$1.06 \cdot 10^{-8}$	$1.04 \cdot 10^{-8}$	2

Таблица 6. Значения поглощенных фракций для фантома взрослого человека [кг⁻¹].

Орган	Фракция	Фракция	Расхождение
	(MIRD)	(точечн. источник)	методов (%)
Надпочечники	$5.48 \cdot 10^{-7}$	$5.40 \cdot 10^{-7}$	1
Мозг	$7.12 \cdot 10^{-6}$	$6.56 \cdot 10^{-6}$	8
Грудная железа	$2.00\cdot 10^{-6}$	$2.33 \cdot 10^{-6}$	17
Стенки желчн. пузыря	$2.42 \cdot 10^{-7}$	$2.30 \cdot 10^{-7}$	5
Стенки н.о. толст. к-ки	$2.21 \cdot 10^{-8}$	$1.80 \cdot 10^{-8}$	19
Стенки тонкой кишки	$6.75 \cdot 10^{-8}$	$6.14 \cdot 10^{-8}$	9
Стенки желудка	$3.60 \cdot 10^{-7}$	$3.32 \cdot 10^{-7}$	8
Стенки в.о. толст. к-ки	$7.64 \cdot 10^{-8}$	$7.24 \cdot 10^{-8}$	5
Стенки сердца	$2.66 \cdot 10^{-6}$	$2.33 \cdot 10^{-6}$	12
Почки	$2.48 \cdot 10^{-7}$	$1.99 \cdot 10^{-7}$	20
Печень	$6.99 \cdot 10^{-7}$	$6.25 \cdot 10^{-7}$	11
Легкие	$5.87 \cdot 10^{-6}$	$6.55 \cdot 10^{-6}$	12
Яичники	$2.60 \cdot 10^{-8}$	$2.52 \cdot 10^{-8}$	3
Поджелуд. железа	$4.51 \cdot 10^{-7}$	$4.74 \cdot 10^{-7}$	5
Селезенка	$6.52 \cdot 10^{-7}$	$5.33 \cdot 10^{-7}$	18
Семенники	$3.34 \cdot 10^{-9}$	$3.02 \cdot 10^{-9}$	10
Вилочковая железа	$1.38 \cdot 10^{-5}$	$1.14 \cdot 10^{-5}$	17
Стенки моч. пузыря	$1.18 \cdot 10^{-8}$	$1.09 \cdot 10^{-8}$	8
Матка	$2.38 \cdot 10^{-8}$	$2.33 \cdot 10^{-8}$	2

Таблица 7. Значения поглощенных фракций для фантома пятнадцатилетнего подростка⁴ [кг⁻¹].

 $^{^{\}rm 4}$ Эти значения часто используются для женщин.

Орган	Фракция	Фракция	Расхождение
	(MIRD)	(точечн. источник)	методов (%)
Надпочечники	$1.40 \cdot 10^{-6}$	$1.14 \cdot 10^{-6}$	19
Мозг	$8.20 \cdot 10^{-6}$	$6.57 \cdot 10^{-6}$	20
Грудная железа	$5.12 \cdot 10^{-6}$	$4.37 \cdot 10^{-6}$	15
Стенки желчн. пузыря	$7.24 \cdot 10^{-7}$	$6.04 \cdot 10^{-7}$	17
Стенки н.о. толст. к-ки	$9.11 \cdot 10^{-8}$	$7.78 \cdot 10^{-8}$	15
Стенки тонкой кишки	$2.16 \cdot 10^{-7}$	$1.96 \cdot 10^{-7}$	9
Стенки желудка	$8.50 \cdot 10^{-7}$	$7.81 \cdot 10^{-7}$	8
Стенки в.о. толст. к-ки	$2.58 \cdot 10^{-7}$	$2.24 \cdot 10^{-7}$	13
Стенки сердца	$5.62 \cdot 10^{-6}$	$4.84 \cdot 10^{-6}$	14
Почки	$6.52 \cdot 10^{-7}$	$5.19 \cdot 10^{-7}$	20
Печень	$1.46 \cdot 10^{-6}$	$1.23 \cdot 10^{-6}$	16
Легкие	$1.04 \cdot 10^{-5}$	$1.10 \cdot 10^{-5}$	6
Яичники	$1.06 \cdot 10^{-7}$	$9.47 \cdot 10^{-8}$	11
Поджелуд. железа	$1.26 \cdot 10^{-6}$	$1.03 \cdot 10^{-6}$	18
Селезенка	$1.32 \cdot 10^{-6}$	$1.09 \cdot 10^{-6}$	17
Семенники	$2.16 \cdot 10^{-8}$	$1.85 \cdot 10^{-8}$	14
Вилочковая железа	$2.74 \cdot 10^{-5}$	$2.32 \cdot 10^{-5}$	15
Стенки моч. пузыря	$5.52 \cdot 10^{-8}$	$4.84 \cdot 10^{-8}$	12
Матка	$9.93 \cdot 10^{-8}$	$8.94 \cdot 10^{-8}$	10

Таблица 8. Значения поглощенных фракций для фантома десятилетнего ребенка [кг⁻¹].

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Настоящая работа является составной частью создания компьютерного фантома человека, включающего в себя модели скелета, внутренних органов и их химического состава⁵. Эта модель может быть усовершенствована в дальнейшем путем детализации структуры внутренних органов и математического моделирования других структур человека.

Используя метод точечного источника, можно рассчитать и предсказать значение поглощенных доз излучений радиофармпрепаратов, вводимых внутрь организма, во всех органах с погрешностью не более 20% независимо от возраста, размеров и конституции тела каждого отдельного пациента.

Расчеты поглощенных доз по методу MIRD с использованием значений поглощенных фракций из-за значительных анатомических отклонений пациентов от "стандартного человека" и, как следствие этого, значительных отклонений доз облучения от рассчитанных этим методом могут быть использованы только в гигиенической дозиметрии.

Анализ полученных результатов показывает, что после своего усовершенствования метод точечного источника может быть применен в лучевой терапии инкорпорированными радионуклидами. Совершенствование настоящего метода включает в себя как наиболее детальный расчет поправок в факторам накопления, так и учет объемных распределений доз излучения в органах, наличия неоднородностей в теле человека и влияния границ раздела сред.

Работа может быть применена для расчетов в области лучевой терапии и ядерной медицины, для расчета защиты человека от оружия массового поражения и в результате аварий на АЭС и других ядерных объектов.

⁵ См. приложение.

ПРИЛОЖЕНИЕ

1. СКЕЛЕТ ЧЕЛОВЕКА

Кости ног. Кости каждой ноги человека представлены усеченным конусом. В неравенстве (21) знак «--» берется для левой ноги и «+» для правой ноги соответственно:

$$\left(x \pm \left[\frac{A_T}{2} + \frac{kz}{C_L - S}\right]\right)^2 + y^2 \leq \left(R_1 + \left[\frac{R_1 - R_2}{C_L - S}\right]z\right)^2, \quad (21)$$
$$-\left(C_L - S\right) \leq z \leq 0,$$

где

$$k = \frac{A_T}{2} \left(1 - \frac{C_L - C_L}{C_L} \right), \quad (22)$$
$$R_1 = 0.175 A_T, \quad (23)$$

$$R_{2} = \frac{A_{T}}{4} \left(\frac{C'_{L} - C_{L}}{C'_{L}} \right).$$
(24)



Рис 7. Кости ног человека: модель (а), реальный орган (б)

S Фантом C_{L} ĊL A_T 13.90 90.0 0.10 10 лет 66.0 78.0 15 лет 17.25 100.0 0.17 взрослый 20.00 80.0 100.0 0.20

Таблица 9. Параметры для модели костей ног.

Кости рук. Кости каждой руки представлены усеченным конусом:

$$\left[\frac{\left[\frac{a}{2z_{2}}\right](z-z_{2})+(x-x_{0})}{a}\right]^{2}+\left[\frac{y}{b}\right]^{2} \leq \left[\frac{2z_{2}+(z-z_{2})}{2z_{2}}\right]^{2}, \quad (25)$$

 $0 \leq z \leq z_2$.

В таблице 10 положительные значения x₀ соответствуют левой кости руки, а отрицательные – правой.



Рис 8. Кости рук человека: модель(а), реальный орган (б).

Фантом	а	b	X0	Z2
10 лет	0.97	2.27	±12.79	50.07
15 лет	1.21	2.65	± 15.87	62.20
взрослый	1.40	2.70	± 18.40	69.00

Таблица 10. Параметры для модели костей рук.

Таз. Кости таза занимают часть объема между двумя не коаксиальными эллиптическими цилиндрами:

$$\left(\frac{x}{a_2}\right)^2 + \left(\frac{y - y_{02}}{b_2}\right)^2 \le 1,$$
$$\left(\frac{x}{a_1}\right)^2 + \left(\frac{y - y_{01}}{b_1}\right)^2 \ge 1,$$
$$0 \le z \le z_2, \quad (26)$$

 $y \ge y_{02},$

 $y \le y_1$ если $z \le z_1$. (27)



Рис. 9. Кости таза: модель (а), реальный орган (б).

Фантом	a_1	b ₁	a_2	b ₂	y ₀₁	y ₀₂	y ₁	Z ₁	\mathbf{Z}_2
10 лет	7.85	9.49	8.34	10.08	-3.19	-2.52	4.20	10.16	15.97
15 лет	9.75	11.07	10.35	11.76	-3.72	-2.94	4.90	12.62	19.83
взрослый	11.30	11.30	12.00	12.00	-3.80	-3.00	5.00	14.00	22.00

Позвоночник. Позвоночник представлен эллиптическим цилиндром:

$$\left(\frac{x}{a}\right)^2 + \left(\frac{y - y_0}{b}\right)^2 \le 1,$$

$$z_1 \le z \le z_4.$$
(28)

Он разделен на три части – верхнюю $z_3 \le z \le z_4$, среднюю $z_2 \le z \le z_3$, и нижнюю $z_1 \le z \le z2$ – для удобства расчета поглощенных фракций.



Рис 10. Позвоночник: модель (а), реальный орган (б).

Таблица	12.	Параметры для позвоночника.	

Фантом	а	b	y_0	z_1	z_2	Z_3	\mathbf{Z}_4
10 лет	1.39	2.10	4.62	15.97	25.47	50.80	59.89
15 лет	1.73	2.45	5.39	19.83	31.64	63.10	72.91
взрослый	2.00	2.50	5.50	22.00	35.10	70.00	80.54

Череп. Череп состоит из лицевой и мозговой части. Мозговая часть представлена объемом между двумя концентрическими эллипсоидами:

$$\left(\frac{x}{a}\right)^{2} + \left(\frac{y}{b}\right)^{2} + \left(\frac{z - [C_{T} + C_{H1}]}{c}\right)^{2} \ge 1, \quad (29)$$
$$\left(\frac{x}{a+d}\right)^{2} + \left(\frac{y}{b+d}\right)^{2} + \left(\frac{z - [C_{T} + C_{H1}]}{c+d}\right)^{2} \le 1. \quad (30)$$

Габлица	13.	Пара	метры	ДЛЯ	мозговой	части	черепа.	
		-	-				-	

Фантом	а	b	c	Ст	$C_{\rm H1}$	d
10 лет	6.51	8.48	5.67	50.80	15.19	0.67
15 лет	6.58	8.57	5.73	63.10	15.97	0.76
взрослый	6.60	8.60	5.75	70.00	16.85	0.90

Лицевая часть представлена частью объема между двумя коаксиальными эллиптическими цилиндрами. Часть объема, перекрывающаяся с мозговой частью и мозгом, исключена:

$$\left(\frac{x}{a_{1}}\right)^{2} + \left(\frac{y}{b_{1}}\right)^{2} \leq 1,$$

$$\left(\frac{x}{a_{1}-d}\right)^{2} + \left(\frac{y}{b_{1}-d}\right)^{2} \geq 1,$$

$$y \leq 0,$$

$$C_{T} + z_{1} \leq z \leq C_{T} + z_{2}, \qquad (31)$$

$$\left(\frac{x}{a_{2}}\right)^{2} + \left(\frac{y}{b_{2}}\right)^{2} + \left(\frac{z - [C_{T} + C_{H1}]}{c_{2}}\right)^{2} > 1.^{6} \qquad (32)$$

Таблица 14. Параметры для лицевой части черепа.

Фантом	a_1	b ₁	d	Ст	$C_{\rm H1}$	z_1	Z2	a_2	b ₂	c ₂
10 лет	6.93	8.90	0.74	50.80	15.19	3.61	13.73	7.18	9.15	6.34
15 лет	6.92	8.91	1.10	63.10	15.97	3.79	14.05	7.34	9.33	6.49
взрослый	7.00	9.00	1.40	70.00	16.85	4.00	14.73	7.50	9.50	6.65

 $^{^{6}}$ a₂ = a + d, b₂ = b + d, c₂ = c + d, где значения a,b,d соответствуют мозговой части черепа и берутся из таблицы 13.



Рис 11. Череп: модель(а), реальный орган (б).

Ключицы. Ключицы представлены секциями тора малого радиуса r, который лежит вдоль окружности $x^2 + (y - y_0)^2 = R^2$, $z = z_1$. Ключицы включают в себя только часть тора, лежащую между плоскостями $y_0 - y = |x|ctg\theta_1$, и $y_0 - y = |x|ctg\theta_2$. Эти уравнения могут быть приведены к форме

$$(z - z_1)^2 + \left(R - \sqrt{x^2 + (y - y_0)^2}\right)^2 \le r^2, \quad (35)$$
$$ctg\theta_1 \le \frac{y_0 - y}{|x|} \le ctg\theta_2, \quad (36)$$
$$y < 0$$

Фантом	y_0	Z ₁	R	r	ctg Θ_1	ctg Θ_2
10 лет	4.93	49.53	12.40	0.5981	6.2581	0.65708
15 лет	7.22	61.52	15.93	0.7274	6.4852	0.73137
взрослый	11.10	68.25	20.00	0.7883	7.0342	0.89415

Таблица 15. Параметры для ключицы.



Рис 12. Ключица: модель (а), реальный орган (б).

Лопатки. Лопатки определены как часть объема между двумя коаксиальными эллиптическими цилиндрами. Для каждой лопатки объем заключен между плоскостями $z = z_1$, $z = z_2$, $y = m_1 |x|$, $y = m_2 |x|$.

$$\left(\frac{x}{a_2}\right)^2 + \left(\frac{y}{b}\right)^2 \le 1,$$

$$\left(\frac{x}{a_1}\right)^2 + \left(\frac{y}{b}\right)^2 > 1,$$

$$z_1 \le z \le z_2, \quad (37)$$

$$y > 0,$$

$$m_1 < \frac{y}{|x|} < m_2. \quad (38)$$

Таблица	16.	Парамет	ры для	ключицы.
---------	-----	---------	--------	----------

Фантом	a_1	a ₂	b	Z ₁	Z ₂	m_1	m ₂
10 лет	11.82	13.20	8.23	36.94	48.84	0.30	0.97
15 лет	14.66	16.36	9.60	45.88	60.67	0.28	0.91
взрослый	17.00	19.00	9.80	50.90	67.30	0.25	0.80



Рис 13. Лопатки: модель (а), реальный орган (б).

Таблица 17. Масса органов системы скелета человека (г). Относит	сельная погрешность от 2 до 5%.
---	---------------------------------

Орган	10 лет	15 лет	взрослый
Кости ног (верхний отдел)	440	792	1090
Кости ног (средний отдел)	667	1180	1590
Кости ног (нижний отдел)	638	969	1240
Кости рук (верхний отдел)	213	386	505
Кости рук (средний отдел)	160	290	379
Кости рук (нижний отдел)	192	347	454
Кости таза	361	645	849
Позвоночник (верхний отдел)	117	183	232
Позвоночник (средний отдел)	325	586	767
Позвоночник (нижний отдел)	122	220	288
Череп (мозговой отдел)	607	712	865
Череп (лицевой отдел)	226	327	427
Грудная клетка	413	744	972
Ключицы	32.4	58.3	76.5
Лопатки	120	216	283

2. ВНУТРЕННИЕ ОРГАНЫ ЧЕЛОВЕКА.

Мозг. Мозг представлен эллипсоидом

$$\left(\frac{x}{a}\right)^2 + \left(\frac{y}{b}\right)^2 + \left(\frac{z - [C_T + C_{H_1}]}{c}\right)^2 \le 1 \qquad (39).$$

С_т – высота цилиндра, моделирующего тело человека;

С_{н1} - высота цилиндра, моделирующего голову человека.





(a)

Рис. 14. Мозг: модель (а), реальный орган (б).

Таблица 18. Параметры для мозга.

Фантом	а	b	с	Ст	C_{H1}
10 лет	6.51	8.48	5.67	50.80	15.19
15 лет	6.58	8.57	5.73	63.10	15.97
взрослый	6.60	8.60	5.75	70.00	16.85

(б)

Грудная железа. Грудная железа представлена частями двух эллипсоидов, примыкающих к цилиндру, моделирующему тело человека:

$$\left(\frac{x-x_0}{a}\right)^2 + \left(\frac{y-y_0}{b}\right)^2 + \left(\frac{z-z_0}{c}\right)^2 \le 1 \quad (40)$$

$$\mathbf{H} \qquad \left(\frac{x}{A_T}\right)^2 + \left(\frac{y}{B_T}\right)^2 > 1 \quad (41),$$

$$\Gamma \mathbf{De} \ y_0 = -B_T \sqrt{1 - \left(\frac{x_0}{A_T}\right)^2}.$$

А_т, В_т – полуоси эллипса, являющегося основанием цилиндра, моделирующего тело человека.

(х₀, y₀, z₀) – координаты центра рассматриваемого органа.



Рис. 15. Грудная железа: модель (а), реальный орган (б).

В случае, когда рассматривается слой кожи толщиной S как отдельный орган, то грудная железа, исключая кожу, представляется в виде:

$$\left(\frac{x-x_0}{a-S}\right)^2 + \left(\frac{y-y_0}{b-S}\right)^2 + \left(\frac{z-z_0}{c-S}\right)^2 \le 1 \quad (42)$$
$$\mathbf{H} \left(\frac{x}{A_T}\right)^2 + \left(\frac{y}{B_T}\right)^2 \ge 1 \quad (43).$$

Фантом	а	b	С	X 0	Z_0	S	Ат	B _T
10 лет	0.94	0.94	0.94	±6.95	37.73	0.10	13.90	8.40
15-AF	4.95	4.35	4.15	±8.63	46.87	0.17	17.25	9.80
AM	4.95	4.35	4.15	± 10.00	52.00	0.20	20.00	10.00

Таблица 19. Параметры для грудной железы.

Положительные значения x₀ в представленной таблице 19 берутся для левой железы, а отрицательные – для правой.

Желчный пузырь. Желчный пузырь представлен усеченным конусом с примыкающей к нему полусферой. Желчный пузырь – полый орган.

Уравнения даны в системе координат (x₁, y₁, z₁), связанной с координатами (x, y, z) фантома следующим соотношением:

$$\begin{bmatrix} x_1 \\ y_1 \\ z_1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \alpha_1 & \beta_1 & \gamma_1 \\ \alpha_2 & \beta_2 & \gamma_2 \\ \alpha_3 & \beta_3 & \gamma_3 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x - x_0 \\ y - y_0 \\ z - z_o \end{bmatrix}$$
(44).

(х₀, y₀, z₀) – координаты центра рассматриваемого органа.

 $\begin{bmatrix} \alpha_1 & \beta_1 & \gamma_1 \\ \alpha_2 & \beta_2 & \gamma_2 \\ \alpha_3 & \beta_3 & \gamma_3 \end{bmatrix}$ - матрица перехода от одной системы координат к другой.

Стенки описываются следующим образом: (полусферическая часть)

$$r_1 \le x_1^2 + y_1^2 + z_1^2 \le r_2^2,$$

$$z_1 < 0; \qquad (45)$$

r₁, r₂ – радиусы внутренней и внешней полусфер соответственно, моделирующих часть стенки органа;

(коническая часть)

$$(r_1 - sz_1)^2 x_1^2 + y_1^2 \le (r_2 - sz_1)^2,$$

$$0 \le z_1 \le h$$
(46).

h – высота конуса;

s – коэффициент, отражающий изменение с высотой внутреннего и внешнего конусов по отношению к r₁ и r₂ соответственно радиусов окружностей, являющихся сечениями конусов плоскостью, параллельной их основанию.

Содержимое желчного пузыря описывается следующим образом: (полусферическая часть)

$$x_1^2 + y_1^2 + z_1^2 < r_1^2$$

$$u \qquad z_1 < 0; \qquad (47)$$

(коническая часть)

$$x_1^2 + y_1^2 < (r_1 - sz_1)^2$$
и $0 \le z_1 \le h$ (48)



(a)

Рис.	16.	Желчный	пузырь	: модель	(a).	реальный с	рган (б)	١.
••			/		···/>		(- /	-

Таблица 20. Коэффициенты для системы координат (х	x_1, y_1, z_1).
---	-----------------	----

Фантом	α_1	β_1	γ_1	α_2	β_2	γ_2	α3	β ₃	γ ₃
10 лет	0.9722	0	-0.2342	0.0400	0.9853	-0.1661	0.2307	0.1709	0.9579
15 лет	0.9550	0	-0.2964	0.0606	0.9789	-0.1952	0.2903	0.2044	0.9349
взрослый	0.9615	0	-0.2748	0.0574	0.9779	-0.2008	0.2687	0.2090	0.9403

Таблица 21. Параметры для желчного пузыря.

Фантом	r ₁	\mathbf{r}_2	S	h	X ₀	y ₀	Z ₀
10 лет	1.768	1.874	0.2275	7.07	-1.69	-2.69	21.77
15 лет	1.916	2.031	0.2275	7.66	-3.98	-3.14	27.04
взрослый	2.000	2.120	0.2275	8.00	-4.50	-3.20	30.00

(51).

Желудок. Стенки желудка занимают объем между двумя концентрическими эллипсоидами:

$$\left(\frac{x-x_{0}}{a}\right)^{2} + \left(\frac{y-y_{0}}{b}\right)^{2} + \left(\frac{z-z_{0}}{c}\right)^{2} \le 1 \quad (49)$$
$$\mathbb{M} \left(\frac{x-x_{0}}{a-d}\right)^{2} + \left(\frac{y-y_{0}}{b-d}\right)^{2} + \left(\frac{z-z_{0}}{c-d}\right)^{2} \ge 1 \quad (50).$$

(x₀, y₀, z₀) – координаты центра рассматриваемого органа; d – толщина стенки желудка.

Содержимое представлено объемом внутреннего эллипсоида:

$$\left(\frac{x-x_0}{a-d}\right)^2 + \left(\frac{y-y_0}{b-d}\right)^2 + \left(\frac{z-z_0}{c-d}\right)^2 \le 1 \qquad (51).$$



(a)



(б)

Рис 17. Желудок: модель (а), реальный орган (в).

Таблица 22. Параметры для желудка.

Фантом	a	b	c	d	X 0	y ₀	Z ₀
10 лет	3.14	2.74	5.81	0.53	5.56	-3.51	25.40
15 лет	3.43	2.92	7.16	0.56	6.90	-3.92	31.55
взрослый	4.00	3.00	8.00	0.613	8.00	-4.00	35.00

Желудок не рассматривается как полый орган. Оценка средней дозы зависит от степени протяженности желудка, наличия воздушных пространств и т.п.

Тонкая кишка. Тонкая кишка не имеет какого-либо "стандартного расположения", исключая концы, которые относительно фиксированы. Тонкая кишка считается занимающей объем, внутри которого она свободно движется. Попытка определить специфическую конфигурацию здесь не сделана, поэтому стенки и содержимое не различимы для оценки дозы.

Тонкая кишка и ее содержимое представлены частью эллиптического цилиндра, усеченного двумя параллельными плоскостями у = y₁ и у = y₂:

$\left(\frac{x}{a}\right)^2 + \left(\frac{y - y_0}{b}\right)^2 \le 1$	(52),
$z_1 \leq z \leq z_2$	(53),
$y_1 \le y \le y_2$	(54).

z₁, z₂ определяют высоту усеченного цилиндра.



Рис. 18. Тонкая кишка: модель (а), реальный орган (б).

Фрагмент толстой кишки внутри этой области исключен.

Таблица 23. Параметры для тонкой кишки.

Фантом	а	b	y_0	y ₁	y ₂	Z ₁	Z ₂
10 лет	7.85	9.49	-3.19	-4.08	1.85	12.34	19.59
15 лет	9.75	11.07	-3.72	-4.76	2.16	15.32	21.34
взрослый	11.30	11.30	-3.80	-4.86	2.20	17.00	27.00

Верхний отдел толстой кишки. Верхний отдел толстой кишки состоит из восходящей и поперечной кишки.





Рис. 19. Верхний отдел толстой кишки: модель (а), реальный орган (б).

На рисунке 19(б) изображены верхний и нижний отделы толстой кишки.

(б)

Восходящая толстая кишка определяется пространством между двумя коаксиальными эллиптическими цилиндрами:

$$\left(\frac{x - x_0}{a}\right)^2 + \left(\frac{y - y_0}{b}\right)^2 \le 1$$
 (55),
$$\left(\frac{x - x_0}{a - d}\right)^2 + \left(\frac{y - y_0}{b - d}\right)^2 \ge 1$$
 (56),
$$\mathbf{M} \ z_1 \le z \le z_2$$
 (57).

(x₀, y₀) – координаты центра оснований цилиндров, моделирующих восходящую кишку;

d – толщина стенки органа;

z₁, z₂ определяют высоту цилиндров.

Содержимое определяется пространством в пределах внутреннего цилиндра:

$$\left(\frac{x-x_0}{a-d}\right)^2 + \left(\frac{y-y_0}{b-d}\right)^2 < 1 \qquad (58)$$

$$\mathbf{M} \quad z_1 \le z \le z_2 \qquad (59).$$

	П			
$1.90 \pi M H_2 / l$	LIGNGMETHII	ροενοπαιμει	TOTOTOU VUIIIVU	
1 aoлица 24.	TIADAMCTDD	вослодящен	толстои кишки.	
,		<i>,</i> , , ,		

Фантом	a	b	d	X ₀	y ₀	Z ₁	Z2
10 лет	1.74	2.10	0.54	-5.91	-1.98	10.49	17.42
15 лет	2.16	2.45	0.65	-7.33	-2.31	13.03	21.63
взрослый	2.50	2.50	0.7085	-8.5	-2.36	14.45	24.00

Стенки поперечной кишки определены пространством между двумя коаксиальными эллиптическими цилиндрами:

$$\left(\frac{y - y_0}{b}\right)^2 + \left(\frac{z - z_0}{c}\right)^2 \le 1 \quad (60),$$
$$\left(\frac{y - y_0}{b - d}\right)^2 + \left(\frac{z - z_0}{c - d}\right)^2 \ge 1 \quad (61),$$
$$\mathbf{H} - x_1 \le x \le x_1 \quad (62).$$

(x₀, y₀) – координаты центра оснований цилиндров, моделирующих поперечную кишку;

d – толщина стенки органа;

х определяет высоту цилиндров.

Содержимое также определяется пространством в пределах внутреннего цилиндра:

$$\left(\frac{y-y_0}{b-d}\right)^2 + \left(\frac{z-z_0}{c-d}\right)^2 < 1 \qquad (63),$$

$$\mathbf{M} - x_1 \le x \le x_1 \tag{64}.$$

TC	0.5	п			
Гаолина	25	Llaname	гры поп	епечнои	кишки
таолица	40.	Tupumo	ippi nom	cpc mon	кишки.

Фантом	b	С	d	y_0	Z ₀	X ₁
10 лет	2.10	1.08	0.40	-1.98	18.51	7.30
15 лет	2.45	1.35	0.49	-2.31	22.99	9.06
взрослый	2.50	1.50	0.527	-2.36	25.50	10.50

Нижний отдел толстой кишки. Нижний отдел толстой кишки состоит из нисходящей и сигмовидной кишки (рис. 19, 20).



(a)

(б)

Рис. 20. Нижний отдел толстой кишки: модель (а), реальный орган (б).

Стенки нисходящей кишки определены пространством между двумя коаксиальными эллиптическими цилиндрами. Ось цилиндра образует незначительный угол с осью z фантома, а концы нисходящей кишки определяются горизонтальными плоскостями ($z = z_1$ и $z = z_2$). Стенки задаются как

$$\left(\frac{x - x_0}{a}\right)^2 + \left(\frac{y - y_0}{b}\right)^2 \le 1$$
 (65),
$$\left(\frac{x - x_0}{a - d}\right)^2 + \left(\frac{y - y_0}{b - d}\right)^2 \ge 1$$
 (66),
$$\mathbf{H} \quad z_1 \le z \le z_2$$
 (67),

где

$$x_0 = x_1 + \frac{m_x(z - z_2)}{z_2 - z_1}$$
(68)

и
$$y_0 = \frac{m_y(z_1 - z)}{z_2 - z_1}$$
 (69).

(x₀, y₀) – координаты центра оснований цилиндров, моделирующих поперечную кишку;

d – толщина стенки органа;

z₁, z₂ определяют высоту цилиндра;

х₁ – координата х центра нижнего основания эллиптического цилиндра;

m_x и m_y – сдвиги верхнего основания цилиндра относительно верхнего по осям х и у соответственно;

Содержимое нисходящей кишки определено пространством в пределах внутреннего цилиндра, то есть

$$\left(\frac{x-x_0}{a-d}\right)^2 + \left(\frac{y-y_0}{b-d}\right)^2 < 1$$
(70),

$$\mathbf{H} \quad z_1 \le z \le z_2$$
(71).

Фантом	а	b	d	X ₁	m _x	m _y	\mathbf{Z}_1	\mathbf{Z}_2
10 лет	1.31	1.79	0.40	6.43	0.5421	2.100	6.33	17.42
15 лет	1.62	2.09	0.49	7.98	0.6728	2.450	7.86	21.63
взрослый	1.88	2.13	0.54	9.25	0.7800	2.500	8.72	24.00

Таблица 26. Параметры нисходящей кишки.

Сигмовидная кишка и ее содержимое изображены частями двух сплющенных торов. Ось каждого тора – окружность, но поперечное сечение – эллипс. Стенки определяются следующим образом:

(часть верхнего тора)

$$\left(\frac{\sqrt{(x-x_0)^2+(z-z_0)^2}-R_1}{a}\right)^2+\left(\frac{y}{b}\right)^2\leq 1$$
 (72),

$$\left(\frac{\sqrt{(x-x_0)^2 + (z-z_0)^2} - R_1}{a-d}\right)^2 + \left(\frac{y}{b-d}\right)^2 \ge 1$$
(73),
 $x \ge x_0$, $H \quad z \le z_0$ (74).

(часть нижнего тора)

$$\left(\frac{\sqrt{(x - x_0)^2 + z^2} - R_2}{a} \right)^2 + \left(\frac{y}{b} \right)^2 \le 1$$
(75),
$$\left(\frac{\sqrt{(x - x_0)^2 + z^2} - R_2}{a - d} \right)^2 + \left(\frac{y}{b - d} \right)^2 \ge 1$$
(76),
$$x \le x_0 , \forall z \ge 0$$
(77).

d – толщина стенки сигмовидной кишки;

 R_1 и R_2 – радиусы осей верхнего и нижнего торов соответственно; Пара плоскостей $x = x_0$, $z = z_0$ и $x = x_0$, z = 0 отсекает от верхнего и нижнего торов соответственно части, моделирующие сигмовидную кишку.

Содержимое сигмовидной кишки определяется следующим образом: (часть верхнего тора)

$$\left(\frac{\sqrt{(x-x_0)^2 + (z-z_0)^2} - R_1}{a-d}\right)^2 + \left(\frac{y}{b-d}\right)^2 < 1$$
(78),
$$x \ge x_0, \text{ M } z \le z_0$$
(79);

(часть нижнего тора)

$$\left(\frac{\sqrt{(x-x_0)^2+z^2}-R_2}{a-d}\right)^2 + \left(\frac{y}{b-d}\right)^2 < 1 \qquad (80),$$

$$x \le x_0, \ \text{M} \ z \ge 0 \qquad (77).$$

Таблица 27. Параметры сигмовидной кишки.

Фантом	а	b	d	X ₀	Z ₀	R ₁	R ₂
10 лет	0.96	1.50	0.48	2.09	6.33	4.15	2.18
15 лет	1.18	1.76	0.59	2.59	7.86	5.16	2.70
взрослый	1.57	1.57	0.66	3.00	8.72	5.72	3.00

Сердце. Внешняя поверхность сердца изображается четырьмя четвертями эллипсоидов. Внутри этой поверхности сердце разделено на области, представляющие мышечные стенки и четыре камеры. Данные ниже уравнения в (x₁, y₁, z₁) – координатах, связанных с системой координат (x,y,z) следующими уравнениями в матричной форме:

$$\begin{bmatrix} x_1 \\ y_1 \\ z_1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \alpha_1 & \beta_1 & \gamma_1 \\ \alpha_2 & \beta_2 & \gamma_2 \\ \alpha_3 & \beta_3 & \gamma_3 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x - x_0 \\ y - y_0 \\ z - z_o \end{bmatrix}$$
(81).

 (x_0, y_0, z_0) – координаты центра рассматриваемого органа;

 $\begin{bmatrix} \alpha_1 & \beta_1 & \gamma_1 \\ \alpha_2 & \beta_2 & \gamma_2 \\ \alpha_3 & \beta_3 & \gamma_3 \end{bmatrix}$ - матрица перехода от одной системы координат к другой

В приведенных ниже уравнениях в переменных, названных VX, AVY, LAVZ, RAVZ, AX, TLVW, TRVW и TAW, буквы L и R означают левое (left) и правое (right), A и V – предсердие (atrium) и желудочек (ventricle) соответственно, T – толщина (thickness), W – стенка (wall), и X,Y,Z – размер по величине x_1 , y_1 , z_1 соответственно.

VX – общий размер желудочков по величине x₁;

AVY - общий размер предсердий и желудочков по величине у₁;

- LAVZ общий размер левого предсердия и левого желудочка по величине z₁;
- RAVZ общий размер правого предсердия и правого желудочка по величине z₁;
- АХ общий размер предсердий по величине х₁;

TLVW – толщина стенки левого желудочка;

TRVW - толщина стенки правого желудочка;

ТАW - толщина стенки предсердий.

Левый желудочек (стенка + содержимое) представляется половиной эллипсоида. Стенка определяется неравенствами:

$$\left(\frac{x_1}{VX}\right)^2 + \left(\frac{y_1}{AVY}\right)^2 + \left(\frac{z_1}{LAVZ}\right)^2 \le 1,$$

$$\left(\frac{x_1}{VX - TLVW}\right)^2 + \left(\frac{y_1}{AVY - TLVW}\right)^2 + \left(\frac{z_1}{LAVZ - TLVW}\right)^2 \ge 1,$$

$$H \ x_1 \ge 0.$$
(82)

Содержимое левого желудочка – объем, заключенный внутри меньшей из приведенных выше половин эллипсоидов, то есть

$$\left(\frac{x_1}{VX - TLVW}\right)^2 + \left(\frac{y_1}{AVY - TLVW}\right)^2 + \left(\frac{z_1}{LAVZ - TLVW}\right)^2 < 1,$$

$$\mathbf{M} \ x_1 \ge 0.$$
(83)

Правый желудочек (стенка + содержимое) изображается четвертью эллипсоида, который включает в себя около половины левого желудочка. Стенки определяются неравенствами:

$$\left(\frac{x_1}{VX}\right)^2 + \left(\frac{y_1}{AVY}\right)^2 + \left(\frac{z_1}{RAVZ}\right)^2 \le 1,$$

$$\left(\frac{x_1}{VX - TRVW}\right)^2 + \left(\frac{y_1}{AVY - TRVW}\right)^2 + \left(\frac{z_1}{RAVZ - TRVW}\right)^2 \ge 1, \quad (84)$$

$$x_1 \ge 0 , \forall z_1 < 0.$$

Общая для левого и правого желудочка стенка считается частью стенки левого желудочка и здесь исключена.

Содержимое правого желудочка определяется неравенствами:

$$\left(\frac{x_1}{VX - TRVW}\right)^2 + \left(\frac{y_1}{AVY - TRVW}\right)^2 + \left(\frac{z_1}{RAVZ - TRVW}\right)^2 < 1,$$
$$x_1 \ge 0 , \forall z_1 < 0.$$
(85)

Часть левого желудочка внутри этого пространства исключена, поэтому должно выполняться неравенство

$$\left(\frac{x_1}{VX}\right)^2 + \left(\frac{y_1}{AVY}\right)^2 + \left(\frac{z_1}{LAVZ}\right)^2 > 1$$
(86).

Левое предсердие (стенка + содержимое) изображается двумя примыкающими четвертями эллипсоидов. Левая предсердная стенка определяется следующим образом:

(часть 1)

$$\left(\frac{x_1}{AX}\right)^2 + \left(\frac{y_1}{AVY}\right)^2 + \left(\frac{z_1}{LAVZ}\right)^2 \le 1,$$

$$\left(\frac{x_1}{AX - TAW}\right)^2 + \left(\frac{y_1}{AVY - TAW}\right)^2 + \left(\frac{z_1}{LAVZ - TAW}\right)^2 \ge 1,$$

$$x_1 < 0 , \forall z_1 \ge 0;$$
(87)

(часть 2)

$$\left(\frac{x_1}{AX}\right)^2 + \left(\frac{y_1}{AVY}\right)^2 + \left(\frac{z_1}{LAVZ - TLVW + TAW}\right)^2 \le 1,$$

$$\left(\frac{x_1}{AX - TAW}\right)^2 + \left(\frac{y_1}{AVY - TAW}\right)^2 + \left(\frac{z_1}{LAVZ - TLVW}\right)^2 \ge 1,$$

$$x_1 < 0, \quad \text{M} \quad z_1 < 0.$$
(88)

Содержимое левого предсердия изображается объемом внутри этих стенок:

(часть 1)

$$\left(\frac{x_1}{AX - TAW}\right)^2 + \left(\frac{y_1}{AVY - TAW}\right)^2 + \left(\frac{z_1}{LAVZ - TAW}\right)^2 < 1,$$
$$x_1 < 0 , \forall z_1 \ge 0;$$
(89)

(часть 2)

$$\left(\frac{x_1}{AX - TAW}\right)^2 + \left(\frac{y_1}{AVY - TAW}\right)^2 + \left(\frac{z_1}{LAVZ - TLVW}\right)^2 < 1,$$
$$x_1 < 0, \text{ M } z_1 < 0.$$
(90)

Правое предсердие (стенка + содержимое) изображается четвертью эллипсоида, который включает в себя некоторую часть левого предсердия. Стенка определяется неравенствами:

$$\left(\frac{x_1}{AX}\right)^2 + \left(\frac{y_1}{AVY}\right)^2 + \left(\frac{z_1}{RAVZ}\right)^2 \le 1,$$

$$\left(\frac{x_1}{AX - TAW}\right)^2 + \left(\frac{y_1}{AVY - TAW}\right)^2 + \left(\frac{z_1}{RAVZ - TAW}\right)^2 \ge 1,$$

$$x_1 < 0 \text{ M } z_1 < 0.$$
(91)

Объем общей для левого и правого предсердия стенки считается частью стенки левого предсердия и здесь исключен.

Содержимое правого предсердия определяется неравенствами:

$$\left(\frac{x_1}{AX - TAW}\right)^2 + \left(\frac{y_1}{AVY - TAW}\right)^2 + \left(\frac{z_1}{RAVZ - TAW}\right)^2 < 1,$$
$$x_1 < 0 \text{ M } z_1 < 0 \tag{92}.$$

Часть левого предсердия внутри этого пространства исключается, поэтому должно выполняться неравенство:



Рис 21. Сердце: модель (а), реальный орган (б).

Величины всех параметров сердца, зависящие от возраста, даны в таблице 29.

(a)

Таблица 28. Коэффициенты для матрицы перехода.

Фантом	α_1	β_1	γ_1	A_2	β_2	γ_2	α ₃	β ₃
				47				

10 лет	0.6345	-0.5370	-0.5559	-0.4243	0.3591	-0.8312	0.6460	0.7663
15 лет	0.6453	-0.5134	-0.5658	-0.4428	0.3523	-0.8245	0.6226	0.7825
взрослый	0.6751	-0.4727	-0.5664	-0.4640	0.3249	-0.8241	0.5736	0.8191

Таблица 29. Параметры для сердца.

Фантом	VX	AVY	LAVZ	RAVZ	AX	TLVW	TRVW	TAW	X_0	y ₀	Z ₀
10 лет	6.73	3.92	2.43	5.48	4.23	1.02	0.47	0.23	0.80	-1.70	36.60
15 лет	7.86	4.57	2.83	6.40	4.94	1.19	0.55	0.27	0.86	-2.10	45.10
взрослый	8.60	5.00	3.10	7.00	5.40	1.30	0.60	0.30	1.00	-1.80	50.00

Почки. Каждая почка задается эллипсоидом, усеченным двумя плоскостями:

$$\left(\frac{x-x_0}{a}\right)^2 + \left(\frac{y-y_0}{b}\right)^2 + \left(\frac{z-z_0}{c}\right)^2 \le 1$$

$$\mathbf{H} \qquad |x| \ge x_1. \tag{94}$$

(x₀, y₀, z₀) – координаты центра рассматриваемого органа; x = x₁ и x = - x₁ – уравнения плоскостей, усекающих эллипсоиды, моделирующие левую и правую почки соответственно.

В таблице 30 значение x₀ берется положительным для левой почки и отрицательным для правой.

Таблица 30. Параметры для почек.

Фантом	а	b	С	X 0	y ₀	Z ₀	X ₁
10 лет	3.66	1.47	3.99	±4.17	5.04	23.59	1.74
15 лет	4.05	1.53	4.96	±5.18	5.88	29.30	2.48
взрослый	4.50	1.50	5.50	±6.00	6.00	32.50	3.00



(a)



(б)

Рис. 22. Правая почка: модель (а), реальный орган (б).

Печень. Печень задается эллиптическим цилиндром, усеченным плоскостью:

$$\left(\frac{x}{a}\right)^{2} + \left(\frac{y}{b}\right)^{2} \le 1,$$

$$z_{1} \le z \le z_{2},$$

$$\frac{x}{x_{m}} + \frac{y}{y_{m}} - \frac{z}{z_{m}} \le -1.$$
(95)

Таблица 31.	Параметры	для печени.
-------------	-----------	-------------

Фантом	а	b	Xm	y _m	Zm	\mathbf{z}_1	\mathbf{Z}_2
10 лет	11.43	6.83	21.98	29.67	31.21	19.59	31.21
15 лет	14.19	7.84	31.51	44.75	38.76	24.34	38.76
взрослый	16.50	8.00	35.00	45.00	43.00	27.00	43.00



Рис.23. Печень: модель (а), реальный орган (б).

Легкие. Каждое легкое изображается половиной эллипсоида с удаленной частью, которая больше для левого легкого из-за положения сердца. Правое легкое определяется следующим образом

$$\left(\frac{x+x_0}{a}\right)^2 + \left(\frac{y}{b}\right)^2 + \left(\frac{z-z_0}{c}\right)^2 \le 1$$

$$\mathbf{M} \qquad z \ge z_0; \qquad (96)$$

Если $z_{1R} \le z \le z_{2R}$ и $y < y_{1R}$, то должно выполняться неравенство $x \le x_{1R}$. Эти неравенства описывают удаленную часть правого легкого.

Выражения для левого легкого аналогичны, только $(x + x_0)$ заменяется на $(x - x_0)$; z_{1R} , z_{2R} , y_{1R} на z_0 , z_{2L} , y_{1L} соответственно; и неравенство $(x \le x_{1R})$ заменяется на $(x \ge x_{1L})$. Буквы R и L означают правое (right) и левое (left) легкое соответственно.





Легкие: модель (а), реальный орган (б). Таблица 32. Параметры для легких.

Фантом	а	b	c	X 0	Z_0
10лет	3.82	6.30	17.42	5.91	31.57
15 лет	4.09	6.98	20.55	7.33	39.21
взрослый	5.00	7.50	24.00	8.50	43.50

Таблица 32а. Параметры, учитывающие удаленные из половин эллипсоидов фрагменты.

Фантом	X _{1R}	y _{1R}	Z _{1R}	Z _{2R}	x _{1L}	y_{1L}	Z _{2L}
10 лет	-4.10	1.30	33.40	39.60	+5.90	0.75	40.00
15 лет	-5.00	1.20	41.60	48.50	+7.00	0.70	49.00
взрослый	-5.40	1.50	46.00	54.00	+8.00	1.00	55.00

Яичники. Каждый яичник представлен эллипсоидом:

$$\left(\frac{x-x_0}{a}\right)^2 + \left(\frac{y}{b}\right)^2 + \left(\frac{z-z_0}{c}\right)^2 \le 1 \qquad (97)$$

Таблица 33. Параметры для яичников.

Фантом	а	b	c	X ₀	Z ₀
10 лет	0.66	0.40	1.36	±4.17	10.8
15 лет	1.17	0.58	1.80	±5.18	13.5
взрослый	1.00	0.50	2.00	±6.00	15.0





(a)

(б)

Рис. 25. Левый яичник: модель (а), реальный орган (б).

Таблица 33. Параметры для яичников.

Фантом	а	b	с	X 0	Z ₀
10 лет	0.66	0.40	1.36	±4.17	10.89
15 лет	1.17	0.58	1.80	±5.18	13.52
взрослый	1.00	0.50	2.00	±6.00	15.00

Поджелудочная железа. Поджелудочная железа представлена половиной эллипсоида с вырезанной областью:

$$\left(\frac{x-x_0}{a}\right)^2 + \left(\frac{y}{b}\right)^2 + \left(\frac{z-z_0}{c}\right)^2 \le 1,$$

 $x \ge x_0,$ (98)
и $z \ge z_0$ если $x > x_1$ (99).

x = x₀ и x = x₁ – уравнения плоскостей, секущих половину эллипсоида, моделирующего поджелудочную железу.

Таблица 34. Параметры для поджелудочной железы.

Фантом	а	b	c	X ₀	Z ₀	X ₁
10 лет	10.09	0.92	2.17	-0.38	26.85	2.15
15 лет	13.32	1.14	2.87	-0.72	33.35	2.61
взрослый	16.00	1.20	3.30	-1.00	37.00	3.00





Селезенка. Селезенка изображается эллипсоидом:

$$\left(\frac{x-x_0}{a}\right)^2 + \left(\frac{y-y_0}{b}\right)^2 + \left(\frac{z-z_0}{c}\right)^2 \le 1$$
(100).





(a)

Рис. 27. Селезенка: модель (а), реальный орган (б).

Таблица 35. Параметры для селезенки.

Фантом	а	b	с	X ₀	y_0	Z ₀
10 лет	2.43	1.68	4.35	7.65	2.52	26.85
15 лет	2.90	1.88	5.19	9.49	2.94	33.35
взрослый	3.50	2.00	6.00	11.00	3.00	37.00

Семенники. Семенники задаются эллипсоидом:

$$\left(\frac{x\pm a}{a}\right)^2 + \left(\frac{y-y_0}{b}\right)^2 + \left(\frac{z+c}{c}\right)^2 \le 1$$
(101),

где знак "±" берется положительным для левого и отрицательным для правого органа.



Рис. 28. Семенники: модель (а), реальный орган (б).

Таблица 36. Параметры для семенников.

Фантом	a	b	c	y ₀
10 лет	0.47	0.55	0.84	-6.15
15 лет	0.96	1.10	1.69	-7.10
взрослый	1.30	1.50	2.30	-8.00

Вилочковая железа. Вилочковая железа моделируется эллипсоидом:

$$\left(\frac{x}{a}\right)^2 + \left(\frac{y - y_0}{b}\right)^2 + \left(\frac{z - z_0}{c}\right)^2 \le 1$$
(102).

Таблица 37. Параметры для вилочковой железы.

Фантом	а	b	c	y_0	Z ₀
10 лет	1.85	1.00	3.90	-6.13	43.00
15 лет	1.75	0.93	4.00	-7.15	52.00
взрослый	1.50	0.80	4.00	-7.30	57.00



Рис. 29. Вилочковая железа: модель (а), реальный орган (б).

Щитовидная железа. Доли щитовидной железы лежат между двумя концентрическими цилиндрами и имеют изрезанную поверхность. Формулы для определения этого органа имеют вид:

$$x^{2} + (y - y_{0})^{2} \le R^{2}, \qquad (103)$$

$$x^{2} + (y - y_{0})^{2} \ge r^{2}, \qquad (104)$$

$$y \le y_0 , \qquad (105)$$

$$C_T \le z \le C_T + c \,, \tag{106}$$

$$[(y - y_0) - |x|]^2 \ge 2[x^2 + (y - y_0)^2]\tau^2, \quad (107)$$

где

$$\tau = \left(\frac{\sqrt{2} - 2}{2}\right) \left(\frac{z - C_T}{0.25c}\right) + 1 \text{ для } 0 \le z - C_T \le 0.25c \tag{108}$$

и
$$\tau = \left(\frac{\sqrt{2}-2}{2}\right) \left(\frac{z-C_T}{0.75c}\right) + \frac{2\sqrt{2}-1}{3}$$
 для $0.25 \le z-C_T \le c$ (109).

R и r – радиусы внутреннего и внешнего цилиндров соответственно;

С_т – высота цилиндра, моделирующего тело человека.





(a)

(б)

Рис. 30. Щитовидная железа: модель (а), реальный орган (б).

Фантом	R	r	с	y 0	Ст
10 лет	1.60	0.73	3.63	-3.56	50.80
15 лет	1.85	0.83	4.20	-3.91	63.10
взрослый	2.20	1.00	5.00	-4.00	70.00

Мочевой пузырь. Стенки мочевого пузыря представлены объемом между двумя концентрическими эллипсоидами:

$$\left(\frac{x}{a}\right)^2 + \left(\frac{y - y_0}{b}\right)^2 + \left(\frac{z - z_0}{c}\right)^2 \le 1$$
(110)
$$\mathbb{M} \left(\frac{x}{a - d}\right)^2 + \left(\frac{y - y_0}{b - d}\right)^2 + \left(\frac{z - z_0}{c - d}\right)^2 \ge 1.$$
(111)

d – толщина стенки мочевого пузыря.

Содержимое задается объемом внутреннего эллипсоида:

$$\left(\frac{x}{a-d}\right)^2 + \left(\frac{y-y_0}{b-d}\right)^2 + \left(\frac{z-z_0}{c-d}\right)^2 < 1.$$
(112)

Таблица 39	. Параметры для мочевого пузыря.
------------	----------------------------------

Фантом	a	b	с	d	y ₀	Z0
10 лет	3.61	3.04	2.63	0.20	-3.78	5.81
15 лет	4.27	3.38	3.11	0.23	-4.41	7.21
взрослый	4.958	3.458	3.458	0.252	-4.50	8.00





Рис. 31. Мочевой пузырь: модель (а) , реальный орган (б).

(a)

Матка. Матка –

эллипсоид,

пересекаемый плоскостью, задается выражениями:

$$\left(\frac{x}{a}\right)^2 + \left(\frac{y - y_0}{b}\right)^2 + \left(\frac{z - z_0}{c}\right)^2 \le 1$$
(113)



X



Рис. 32. Матка: модель (а), реальный орган (б).

Таблица 40. Параметры для матки.

Фантом	а	b	c	y ₀	Z0	y ₁
10 лет	0.91	2.17	0.57	-1.68	10.16	-2.78
15 лет	2.47	5.61	1.55	-1.96	12.62	-4.77
взрослый	2.62	5.22	1.57	-2.00	14.00	-4.62

 $y \ge y_1$.

Орган	Координаты центра органа (x, y, z), см								
Орган	10 лет			15 ле	Г	взрослый			
Надпочечники	±2.43	4.20	28.94	±3.02	4.90	35.87	±3.50	5.00	39.88
Мозг	0.00	0.00	65.99	0.00	0.00	79.07	0.00	0.00	86.85
Грудные железы	±7.05	-7.57	37.73	±9.23	-9.89	46.86	±10.54	-10.09	52.00
Ст. желч.пузыря	-1.35	-2.44	23.20	-3.51	-2.81	28.55	-4.05	-2.85	31.59
Ст.н.о.толст.к-ки.	4.93	-0.59	7.93	6.11	-0.68	9.83	7.05	-0.70	10.93
Ст.тонк.кишки	0.24	-0.86	15.61	0.29	-1.00	19.38	0.35	-1.03	21.50
Ст. желудка	5.56	-3.51	25.40	6.90	-3.92	31.55	8.00	-4.00	35.00
Ст. в.о.толст.к-ки	-2.56	-1.98	16.54	-3.15	-2.31	20.55	-3.67	-2.36	22.80
Ст. сердца	1.44	-3.38	35.55	1.65	-4.03	43.85	1.98	-3.84	48.64
Почки	±4.40	5.04	23.59	±5.43	5.88	29.30	±6.28	6.00	32.50
Печень	-5.94	-1.56	26.65	-7.68	-1.65	33.51	-8.92	-1.62	37.06
Легкое (левое)	6.30	0.51	38.70	7.72	0.46	47.55	9.00	0.48	53.23
Легкое (правое)	-6.08	0.06	38.20	-7.46	0.03	47.00	-8.64	0.01	52.60
Яичники	±4.17	0.00	10.89	±5.18	0.00	13.52	±6.00	0.00	15.00
Поджелуд.железа	2.72	0.00	27.20	3.37	0.00	33.81	3.93	0.00	37.53
Селезенка	7.65	20.52	26.85	9.49	2.94	33.35	11.00	3.00	37.00
Семенники	±0.47	-6.15	-0.84	±0.96	-7.10	-1.69	±1.30	-8.00	-2.30
Вилочков. железа	0.00	-6.13	43.00	0.00	-7.15	52.00	0.00	-7.30	57.00
Щитовид. железа	0.00	-4.37	52.43	0.00	-4.84	64.98	0.00	-5.11	72.25
Ст. моч. пузыря	0.00	-3.78	5.81	0.00	-4.41	7.21	0.00	-4.50	8.00
Матка	0.00	-1.41	10.16	0.00	-1.26	12.62	0.00	-1.35	14.00

Таблица 41. Координаты центров органов для фантомов человека.

Таблица 42. Масса внутренних органов человека (г). Относительная погрешность от 2 до 5%.

Орган	10 лет	15 лет	взрослый
Надпочечники	7,22	10,5	16,3
Мозг	1360	1410	1420
Грудн. железы (включая кожу)	3,65	407	403
Грудн. железы (исключая кожу)	2,60	361	351
Желчный пузырь (содержимое)	38,5	49,0	55,7
Желчный пузырь (стенки)	7,28	9,27	10,5

Н. о. т. к. (содержимое)	61,7	109	143
Н. о. т. к. (стенки)	70	127	167
Тонкая кишка	465	838	1100
Желудок (содержимое)	133	195	260
Желудок (стенки)	85,1	118	158
В. о. т. к. (содержимое)	97,5	176	232
В. о. т. к. (стенки)	93,4	168	220
Сердце (содержимое)	219	347	454
Сердце (стенки)	151	241	316
Почки	173	248	299
Печень	887	1400	1910
Легкие	453	651	1000
Яичники	3,13	10,5	8,71
Поджелудочная железа	30,0	64,9	94,3
Мягкие ткани	23100	40000	51800
Селезенка	77,4	123	183
Семенники	1,89	15,5	39,1
Вилочковая железа	31,4	28,4	20,9
Щитовидная железа	7,93	12,4	20,7
Мочевой пузырь (содержимое)	103	160	211
Мочевой пузырь (стенки)	23,2	35,9	47,6
Матка	4,16	79,0	79,0
Кожа	888	2150	3010

3. Химический состав органов человека.

Таблица 43. Содержание элементов в тканях фантома (% от веса)

Элемент	Мягкие	Скелет	Легкие
	ткани		
Н	10,454	7,337	10,134
С	22,66	25,475	10,238
N	2,490	3,057	2,866
0	63,525	47,893	75,752

F	0	0,025	0
Na	0,112	0,326	0,184
Mg	0,013	0,112	0,007
Si	0,030	0,002	0,006
Р	0,134	5,095	0,080
S	0,204	0,173	0,225
Cl	0,133	0,143	0,266
K	0,208	0,153	0,194
Ca	0,024	10,190	0,009
Fe	0,005	0,008	0,037
Zn	0,003	0,005	0,001
Rb	0,001	0,002	0,001
Sr	0	0,003	0
Zr	0,001	0	0
Pb	0	0,001	0
Плотность, г/см ³	$1,00 \pm 0,05$	$1,40 \pm 0,05$	$0,28 \pm 0,02$

ЛИТЕРАТУРА

1. Хайн Дж., Браунелл Г. Радиационная дозиметрия. М.: Издательство иностранной литературы, 1958.

2. Фатеева М.Н. Очерки радиоизотопной диагностики. М.: Медгиз, 1960.

Loevinger R., Berman M. MIRD. Pamphlet №1. "J. Nucl. Med". 1968. Suppl. №1,
 p. 7 – 14.

4. Snyder W., Ford M., Warner G. MIRD, Pamphlet № 5 "J. Nucl. Med", 1969 Suppl № 3, p. 5-52.

5. Осанов Д., Лихтерев И. Дозиметрия излучений инкорпорированных радиоактивных веществ. М.: Атомиздат, 1977.

6. Тултаев А., Тарасенко Ю., Попов В., Корсунский В. Фармакологические и дозиметрические характеристики некоторых изотопов таллия. "Методы получения изотопов таллия и их применение в ядерной медицине". Москва. 1989.

7. Cristy M., Eckerman K. Specific absorbed fraction of energy of various ages from internal photons sources. ORNL/TM – 8381/V/ Oak Ridge. 1987.

8. Documentation package MIRDOSE – 3. Radiation internal dose information center Oak Ridge Institute for Science and Education. TN 37831. 1994.

 Лабушкина А.А. Сравнительная оценка отечественных кардиотропных РФП. Дис. КМН. М. 2000.

10. Hwang J., Shoup R., Poston J. Modifications and additions to the pediatric and adult mathematical phantoms. ORNL/TM – 5554. 1976.

 Cristy M. Mathematical phantoms representing children of various ages for use in estimates of internal dose. U.S. Nuclear Regulatory Commission. Pep. NUREG/CR – 1159.

12. Stabin M., Watson E., Cristy M. at all. Mathematical models of the adult female of various stages of pregnancy. Pep. ORNL/TM – 3781. 1994.

ICRP: Radionuclide Transformations Energy and Intensity of Emissions. Publ.
 №38. Percamon Press Oxford. New York. 1987.

14. Weber D., Eckerman K. at all. MIRD: Radionuclide data and decay schemes. Society of Nuclear Medicine. New York. 1989.

15. Метод Монте-Карло в проблеме переноса излучений под ред. Г.И. Марчука.М.: - Атомиздат. 1967.

16. Аккерман А.Ф. Моделирование траекторий заряженных частиц в веществе.М.:-Энергоатомиздат, 1991.

 Физическая энциклопедия. М.: Большая российская энциклопедия. Т. 3, 1992.

18. Кучин Н.Л., Струев В.П. Моделирование процессов взаимодействия и численные методы расчета переноса излучения в веществе. С-Пб, 1999.

19. Горшков Г.В. Проникающие излучения радиоактивных источников. Л.: Наука, 1967.

20. Человек. Медико-биологические данные МКРЗ. Публ. №23. М.: Медицина, 1977.

21. Привес М.Г., Лысенков Н.К. Бушкович В.И. Анатомия человека. С-Пб.: Гиппократ, 1998.

22. Синельников Р.Д., Синельникова Я.Р. Атлас анатомии человека: Учеб. пособие. В 4-х т. М.: Медицина, 1990.

23. Уэстон, Тревор. Анатомический атлас. Маршалл Кэвендиш, 1998.

24. Савинский А., Попов В., Кушмин В. Спектры ЛПЭ и коэффициенты качества инкорпорированных радионуклидов. М.: Энергоатомиздат. 1986.

25. Государственные санитарно-эпидемиологические правила и нормативы. Ионизирующее излучение, радиационная безопасность. Нормы радиационной безопасности (НРБ – 99). Минздрав России. 1999.

26. Spenser L., Simmons G. Improved moment method calculations of gamma-ray transport: application to point isotropic sources in water. Nucl. Sci. Eng. 50, 1973.

Людмила Владимировна Евсеенко Афанасий Алексеевич Куракин Антон Васильевич Тултаев Александр Петрович Черняев

Математическая модель фантома человека в радионуклидной диагностике и терапии

Препринт НИИЯФ МГУ – 2002 – 24/708

Работа поступила в ОНТИ 26.09.2002 г.

ИД № 00545 от 06.12.1999

Издательский отдел

Учебно-научного центра довузовского образования

117246, Москва, ул. Обручева, 55А 119992, Москва, Ленинские горы, ГЗ МГУ, Ж-105а тел./факс (095) 718-6966, 939-3934 e-mail: izdat@abiturcenter.ru http://www. abiturcenter.ru

Гигиенический сертификат №77.99.2.925.П.9139.2.00 от 24.02.2000 Налоговые льготы – Общероссийский Классификатор продукции ОК-005-93, том 1 – 953000

Заказное. Подписано в печать 27.09.2002г. Формат 60×90/16 Бумага офсетная № 2. Усл.печ.л. 4.0 Тираж 50 экз. Заказ №223

> Отпечатано в Мини-типографии УНЦ ДО в полном соответствии с качеством представленного оригинал-макета