

**МОСКОВСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ
имени М.В. ЛОМОНОСОВА**

**НАУЧНО-ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ ИНСТИТУТ
ЯДЕРНОЙ ФИЗИКИ имени Д.В. СКОБЕЛЬЦЫНА**

С.Г.Басиладзе

Пороговое волновое уравнение динамики в микромире

Препринт НИИЯФ МГУ – 2007-14/835

Москва 2007

С.Г.Басиладзе

basilad@monet.sinp.msu.ru

“ Пороговое волновое уравнение динамики в микромире ”

Препринт НИИЯФ МГУ – 2007-14/835

Аннотация:

В работе полагается, что основные эффекты квантовой механики следуют из ограничения на быстроту изменения кинетической энергии, порождающего так называемое пороговое соотношение по действию. На границах пороговых интервалов движение должно соответствовать классическим уравнениям динамики. Между этими – опорными точками движение не может быть определено в принципе и носит случайный характер. Обсуждается пороговое уравнение для нахождения случайных отклонений параметров движения, обобщающее известные уравнения Шредингера и Клейна-Гордона.

S.G.Basiladze

“The threshold wave equation of dynamics in a microcosm”

Preprint NPI MSU – 2007-14/835

Abstract:

In work is supposed that main effects of the quantum mechanics follow from restriction on speed of change of the kinetic energy inducing a so-called threshold ratio on action. On borders of threshold intervals movement should correspond to the classical equations of dynamics. Between these - reference points movement can not be determined basically and it has casual character. The threshold equation for a finding of casual deviations of parameters of the movement, generalizing known equations of Schrodinger and Klein-Gordon is discussed.

© С.Г.Басиладзе

© НИИЯФ МГУ, 2007, <http://www.sinp.msu.ru>

Введение

Фундаментальность ограничений на *быстроту* происходящих процессов стала осознаваться в физике с появлением теории относительности. В этой теории "конечность быстроты" рассматривается как конечность *скорости распространения* сигналов. В теории сигналов под быстротой понимается также и ограничение на *скорость изменения* (ширину спектра) сигналов [1÷3]. Хотя Планк в свое время решал именно эту задачу – об ограничении ширины спектра частот излучения в полости, тем не менее, представление об ограниченности "быстроты второго рода" за прошедшее время, а это более чем 100 лет, так и не вошло в физическую теорию.

Вопрос о влиянии ограничений ширины спектра на восприятие сигналов приемником или измерительным прибором достаточно подробно рассмотрен в работе [4]. В макромире конечность быстродействия приводит к фильтрации "быстрой" части энергии сигнала (ее рассеянию "веществом приемника" за пределами спектра пропускания). Лишь "медленная" часть энергии сигнала накапливается до некоторого уровня, необходимого для осуществления приемником того или иного действия. В итоге образуется *порог по действию*, тесно связанный с числом различных состояний (степеней свободы) воспринимаемого явления.

В микромире конечность быстроты второго рода [5] проявляется при участии *всей энергии* во взаимодействиях частиц (она никуда не рассеивается и сохраняется постоянной), поэтому ограниченность быстроты выражается в некоторой задержке в процессе *накопления действия*. Результат в обоих мирах один и тот же – наличие порога по действию. Понятие порога для микромира означает принципиальную невозможность получения прямых сведений о любых явлениях, параметр действия у которых меньше постоянной Планка - \hbar . В макромире пороговые постоянные конкретных физических процессов могут быть выше \hbar на много порядков.

Пороговые интервалы при движении. Ниже используются следующие обозначения для различных видов энергии:

E - полная энергия частицы,

E_k - кинетическая энергия, W - потенциальная энергия частицы,

$$E_p = p \cdot c = mVc / \sqrt{1 - (V/c)^2}, \quad E_m = m \cdot c^2.$$

Здесь m , p , V , c – есть масса (покоя) частицы, ее импульс, скорость и скорость света. Как известно [6], $(E-W)$ является алгебраической суммой E_m и E_k :

$$E - W = E_m + E_k, \quad (1,а)$$

и "геометрической" суммой E_m и E_p :

$$(E - W)^2 = E_m^2 + E_p^2 = E_m^2 + 2E_m \cdot E_k + E_k^2. \quad (1,б)$$

Из (1,а,б) имеем:

$$E_p^2 = (E_m + E_k)^2 - E_m^2, \quad (1,в)$$

откуда для нерелятивистских энергий: $E_p^2 = 2E_m \cdot E_k$, здесь $E_k = mV^2/2$.

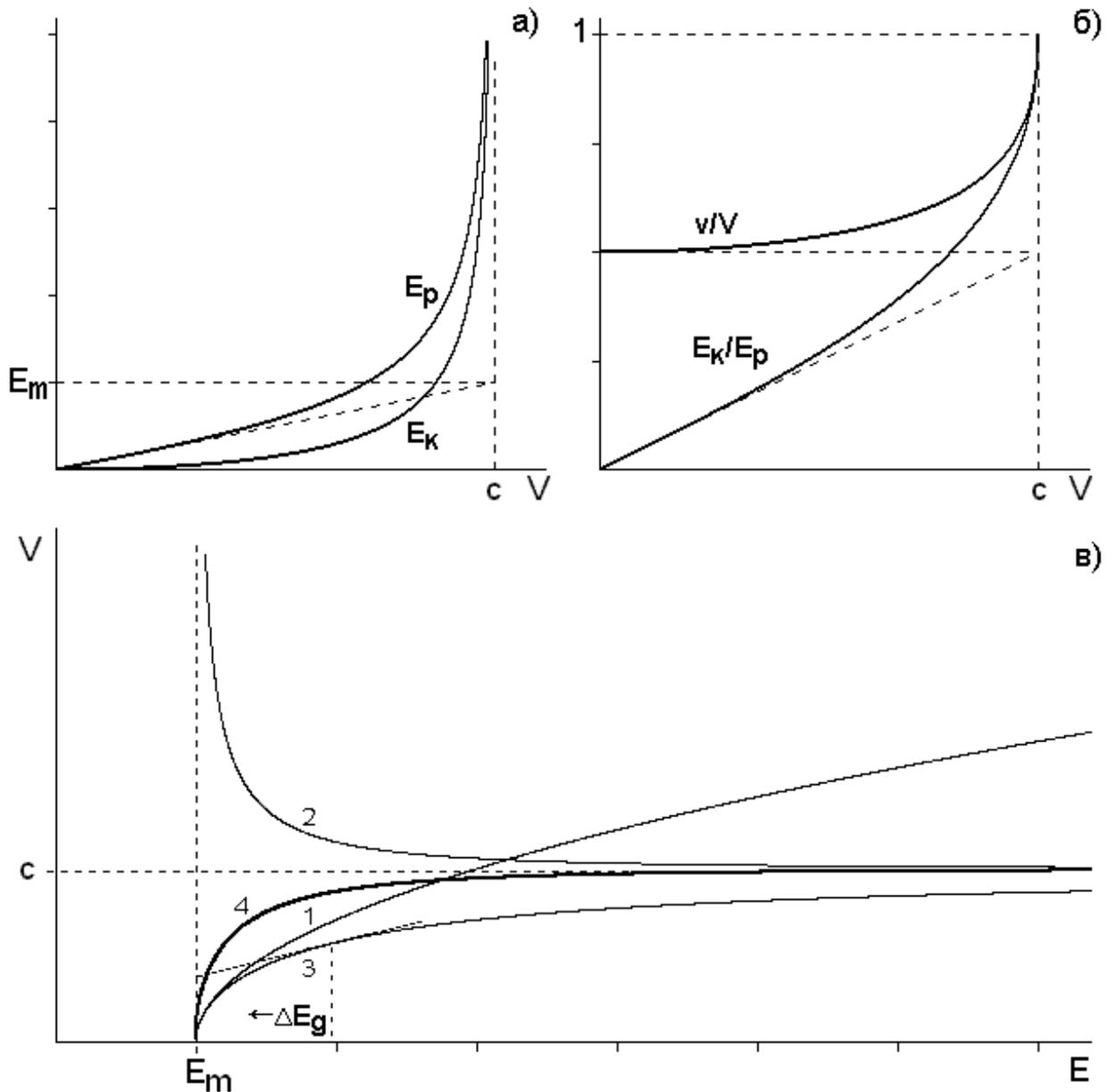


Рис.1. а) зависимость E_k и E_p от скорости частицы;
 б) зависимость от скорости частицы отношения E_k/E_p и отношения фазовой скорости к групповой скорости;
 в) зависимость фазовой скорости Ψ -волны от энергии частицы:
 1 – уравнение Шредингера (погрешность в δt , убывающем при увеличении энергии слишком медленно, по сравнению с δt),
 2 – уравнение Клейна-Гордона (волна де'Бройля – имеет ненулевое начальное значение δt),
 3 – обобщенное пороговое волновое уравнение (11,в), где $v=c \cdot E_k/E_p$;
 4 – зависимость групповой скорости в уравнении (11,в), т.е. скорости частицы от ее энергии, здесь $V=c \cdot \partial E_k / \partial E_p$.

Известная формула классической и релятивистской динамики для приращения импульса: $F \cdot dt = dp$, может быть записана так, чтобы иметь произведения с размерностью действия:

$$-dW \cdot dt = dp \cdot dr \quad \text{или} \quad dE_k \cdot dt = dp \cdot dr \quad (2,а,б)$$

здесь и ниже t – время, а r – пространственная координата. Уравнение (2,б) можно записать в следующем виде:

$$dE_k/dp = dr/dt = V. \quad (3,а)$$

Скорость, также как и сила, определяется через дифференциалы, поэтому в (3,а) она считается практически постоянной, хотя и имеется бесконечно малое изменение потенциала. Для того, чтобы получить из обеих частей (2,б) пороговые соотношения надо перейти от дифференциалов к конечным приращениям. Тогда уравнение (3,а) уже не является справедливым, поскольку V заметно меняется. Действительно, для конечных отклонений, где скорость изменяется от V_1 до V_2 , получаем:

$$\Delta E_k / \Delta p = m \cdot (V_1^2 - V_2^2) / 2m \cdot (V_1 - V_2) = (V_1 + V_2) / 2 = v, \quad (3,б)$$

где ‘ v ’ (в нерелятивистском приближении) равно средней величине скорости. Далее мы будем обозначать пороговые по различимости отклонения величин знаком ‘ δ ’. На первом пороговом уровне, где одна из скоростей нулевая и $\delta E_k = E_k$, а $\delta p = p$, получаем: $v_{II} = E_k/p = V/2$ – фазовую скорость Ψ -волны частицы.

Формула (3,а) не переходит в (3,б) потому, что зависимость $E_k(V)$ является квадратичной, в силу чего производная dE_k/dV пропорциональна скорости. В отличие от этого производная $dp/dV = \text{const}$, поскольку зависимость $p(V)$ практически линейна (рис.1) до $V \approx 0,4c$. Заметим, что это уже область релятивистских атомных эффектов. Это значит, что пороговое соотношение для импульса может быть записано следующим образом:

$$\delta p \cdot \delta r = h \quad \text{или} \quad E_p \cdot \delta r = b, \quad (4,а,б)$$

где $b = h \cdot c$.

Соотношение (4) может быть названо соотношением *неопределенности*. Оно является точным и определяет условие *квантования* импульса. Если в пределах порогового интервала по ‘ r ’ значение $E_p(r)$ существенно изменяется (1,б) за счет изменения потенциала $W(r)$, то вместо (4,б) следует использовать интегральное уравнение для нахождения δr :

$$b = h \cdot c = \int_0^{\delta r} E_p(r) \cdot dr, \quad (5)$$

В классической динамике ньютоновское уравнение движения вытекает из условия точного баланса изменений потенциальной и кинетической энергии в каждой точке: $dW + dE_k = 0$ (или $W + E_k = \text{const}$). При наличии порога этот баланс в пределах соотношения неопределенности может не соблюдаться и лишь по достижении границы δr движение приходит в классические рамки. Из сказанного следует, что в динамике микромира пороговые явления должны определяться достаточно короткими отклонениями суммарной энергии $E_t = E_k + W$ от постоянной величины. Эти отклонения могут быть в обе стороны,

т.е. δE_t может быть как положительна, так и отрицательна, в силу чего для расчетов необходимо брать абсолютную величину $-|E_k \pm W|$. В классической динамике случай $[E_k - W(r)] < 0$ – прохождения частицей сквозь фронт потенциального барьера является недопустимым, поэтому ниже мы покажем, что модуль $|E_k \pm W(r)|$ при наличии порога дает правильный численный результат.

Как показано в [5], соотношение неопределенности при движении задает последовательность пороговых интервалов δr , на границах которых (в опорных точках) движение *определимо точно* и должно соответствовать классическим уравнениям динамики. Между опорными точками движение не определено и траектория движения может носить только случайный характер.

Настоящая работа посвящена анализу именно случайной составляющей движения в микромире; эта случайная, непредсказуемая составляющая есть не что иное как шум. Шум, естественно, вносит *неопределенность* в процесс движения, но она не должна выходить за пределы порогового соотношения.

Свойства различных видов шума

Законы квантовой механики, как известно, носят статистический характер и измеряемые величины принципиально обладают существенной *внутренней неопределенностью*, т.е. “встроенным” шумом. На примере туннельного прохождения частицей потенциального барьера нетрудно показать, что этот внутренний шум, тем не менее, имеет постоянную составляющую.

Шумовое размытие потенциального барьера. Положим, что имеется нарастающий потенциальный барьер высотой W , на который движется тело с кинетической энергией E_k ; нас будет интересовать случай когда $E_k < W$. Пороговое интегральное уравнение (5) с учетом (1,в) имеет вид:

$$b = h \cdot c = \int_0^{\delta r} \sqrt{[E_m + |E_k - W(r)|]^2 - E_m^2} \cdot dr, \quad (6)$$

здесь сумма E_m и E_k есть полная энергия тела до барьера, которая численно сохраняется и после барьера.

Из (6) для крутого перепада (крутого фронта) W и при $V \ll c$ получаем пороговый интервал:

$$\delta r = b / \sqrt{2E_m \cdot |E_k - W(r)|}. \quad (7)$$

Если этот интервал намного больше, чем протяженность барьера - a , то частица проходит барьер насквозь. При отсутствии статистических неопределенностей кривая прохождения барьера как функция отношения $a/\delta r$ должна носить ступенчатый характер, это показано штриховой линией на рис.2,г.

Из-за наличия статистической – шумовой неопределенности, с ростом ширины барьера переход из “прозрачного” состояния к “непрозрачному” должен происходить не ступенчато, а плавно. В качестве примера на рис.2,г сплошной линией построена зависимость коэффициента прозрачности

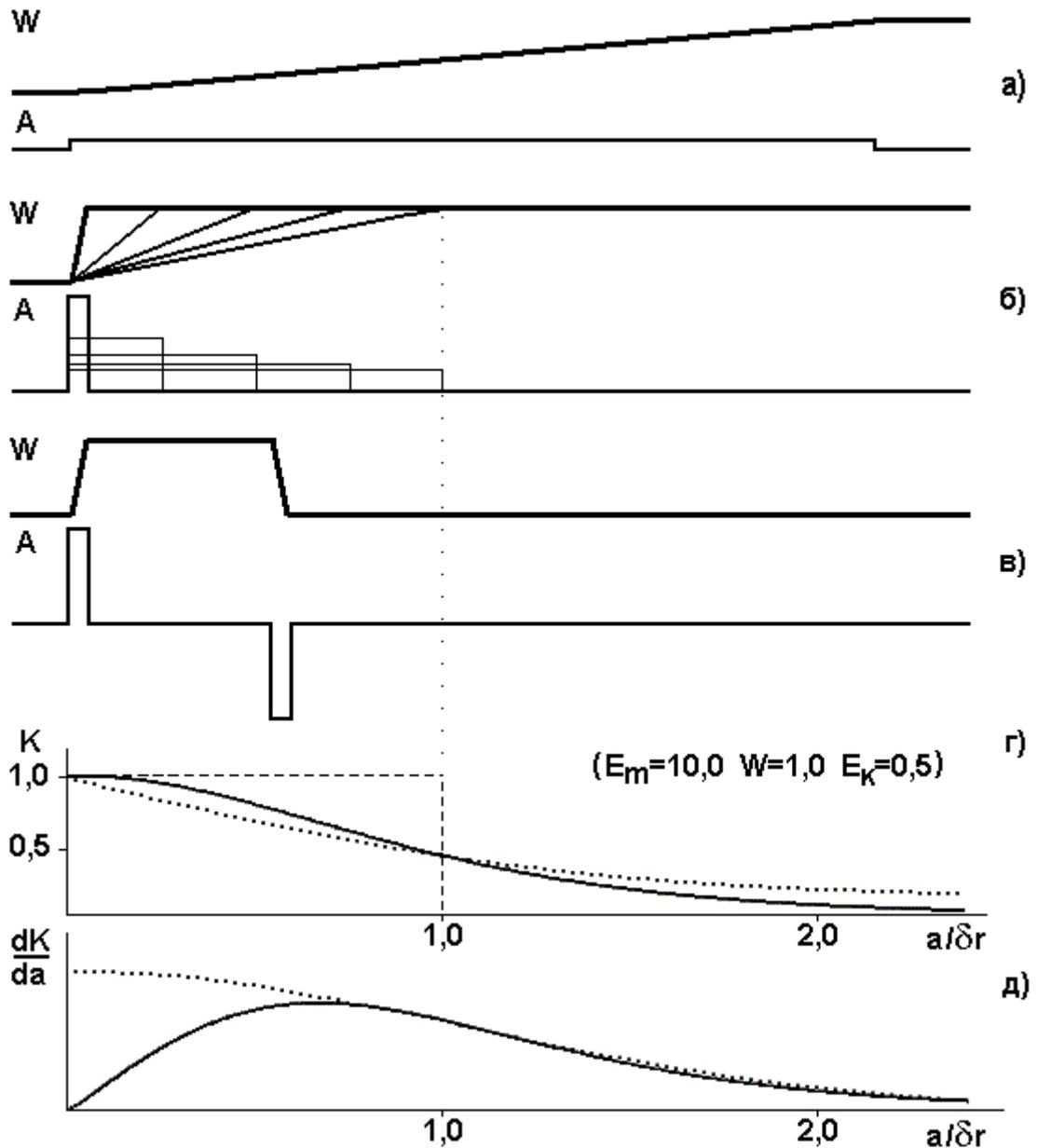


Рис.2. Прохождение частицы сквозь потенциальный барьер:

а) представление потенциала W с очень пологим фронтом как сигнала A , который эквивалентен классическому сигналу [5];

б) представление потенциала W с очень резким фронтом как подпорогового сигнала A , обладающего свойством накопления действия после своего окончания;

в) короткий (узкий) потенциальный барьер, “невидимый” для частицы, имеет сигнал восстановления параметров движения на срезе потенциала;

г) зависимость коэффициента прозрачности барьера – K от его относительной ширины $a/\delta r$ (δr – пороговый интервал)

- ступенчатая штриховая линия соответствует отсутствию микрошумов;

- сплошная линия дает реальную зависимость, полученную решением волнового уравнения для Ψ -функции, эта кривая отображает размытие ступенчатого порога микрошумом;

д) для иллюстрации наличия постоянной составляющей в шуме (ступенчатого информационного порога) сплошной линией показано дифференциальное распределение доли прошедших частиц.

Для сравнения пунктирной линией приведено классическое шумовое (гауссово) дифференциальное распределение, не имеющее постоянной составляющей, а также соответствующее ему интегральное распределение – г).

потенциального барьера: $K(a/\delta r)$, полученная по формуле (5.67) из [7]. Как видим, ступенчатая линия прозрачности барьера, полученная на основании (5.7) с использованием модуля $|E_K - W(r)|$, достаточно близко соответствует середине реальной кривой, т.е. такому отношению $a/\delta r$, где $K=0,5$.

Построив дифференциальное распределение $-dK/da$, (сплошная линия на рис.2,д), нетрудно заметить, что у микрошума кривая распределения сдвинута относительно нуля; это значит, что он имеет достаточно точно определенную постоянную составляющую, которая и является порогом.

Одна из особенностей микромира как раз и состоит в сочетании статистической *неопределенности* (размытости) с *квантованием*, т.е. с точной заданностью величин. Очевидно, что порог в этом сочетании отвечает за условия квантования, а шум – за статистический характер закономерностей.

Подчеркнем, что туннельный эффект никак не связан с тем, что “благодаря шумовым флуктуациям энергии частица имеет определенную вероятность перескочить через барьер”. Флуктуации одной лишь энергии недостаточно для преодоления *широкого* барьера (ибо частица “скачет” не только в “высоту”, но и “в длину”), она действительно проходит *сквозь* барьер (и проходила бы и при отсутствии шумов [5]).

Извлечение информации из шума. Предположим, что имеется S возможных состояний (S степеней свободы), а среднеквадратичный уровень шума соответствует Z состояниям. При отсутствии шума каждое измерение может приносить до $\log(S)$ бит информации, а при его наличии всего: $\log(S) - \log(Z) = \log(S/Z)$ бит. Если суммировать результаты N измерений, то шумовое распределение будет сужаться обратно пропорционально корню квадратному из N ; т.е. необходимо сделать $N \approx Z^2$ измерений, чтобы получить те же $\log_2(S)$ информации, но не путем “разовой”, а длительной, повторяющейся процедуры.

Так называемый “набор статистики” в процессе проведения экспериментов в физике микромира как раз и необходим для извлечения информации (средних величин) о тех или иных явлениях из микрошума. В классике повторными измерениями можно свести шумовую неопределенность теоретически до нуля. В микромире, устранив шумовую неопределенность, все-равно принципиально невозможно получить какие-либо сведения из под порога неопределенности, обусловленного “инертностью восприятия” потенциала.

Из сказанного также следует, что использование микроявлений с шумом для *переработки* информации в будущем вряд ли целесообразно (например, “микро-сумматор” будет давать $2+2=4$ *только в среднем*). Квантовый процессор с микрошумом будет требовать усреднения либо во времени, либо за счет распараллеливания. Самое неприятное состоит в том, что все равно будет оставаться ненулевая (хотя и малая) вероятность неправильного решения. Быстрая и точная переработка информации в микромире возможна только на основе использовании *опорных* - “бесшумных” состояний.

Пороговое обрезание классического шума. Классический шум имеет среднюю мощность, пропорциональную полосе частот [8]. Например, для теплового шума (к которому относится и излучение в “полости”):

$$\langle P \rangle = E_N \cdot \Delta \nu_N, \quad (8)$$

где $\Delta\nu$ - полоса частот, связанная с δt соотношением: $\delta t=1/\Delta\nu$ [1]; индекс N – от “noise”.

Параметром шума является некоторая величина энергии - E_N ; для теплового шума $E_N=4kT$.

При постоянных условиях ($T=\text{const}$) энергия E_N постоянна, поэтому на плоскости “энергия-быстродействие” – $[E, \delta t]$ линия шума есть горизонтальная прямая - см. зону 1 на рис.3. На этой прямой средняя мощность и действие не являются постоянными и определяются из уравнений (записаны совместно):

$$\langle P_N \rangle / \Delta\nu_N = E_N = \langle H_N \rangle \cdot \Delta\nu_N. \quad (9,а,б)$$

Ниже пороговой гиперболы *классический* непрерывный тепловой шум должен исчезать в силу того, что: $\langle H_N \rangle = 4kT/\Delta\nu < h$. Это действительно так поскольку, согласно закону смещения Вина [9], пик излучения в полости (а это примерно 10-кратное понижение классического распределения Рэлея-Джинса) находится в районе $4kT/\Delta\nu_N=h$.

Сам шум, однако, не исчезает, меняется лишь его характер, т.к. условие $E_N=\text{const}$ (9) перестает быть справедливым.

Характер шума в микромире. Закон Кулона опытно проверен до расстояний в ~ 10000 раз меньших комптоновского радиуса электрона [10]. Это означает, что энергия электрического заряда, как минимум, в 100 раз больше энергии $W_e=m_e \cdot c^2$, соответствующей массе электрона. Однако, она почти целиком (за исключением W_e) поглощается виртуальными электрон-позитронными парами, *хаотически* возникающими вокруг заряда. Следовательно, шум виртуальных частиц обладает энергией, обратно пропорциональной радиусу, т.е. его энергия прямо пропорциональна ширине спектра волновых чисел или (в движении) ширине спектра частот $\Delta\nu$.

Из сказанного ясно, что для микрошума характеристической константой является *величина действия* $H_N=\text{const}$, а не величина единичной энергии E_N (9). Тогда формула, аналогичная (9,а,б), для микрошума должна иметь вид:

$$\langle P_N \rangle / \Delta\nu_N^2 = H_N = \langle E_N \rangle / \Delta\nu_N. \quad (10,а,б)$$

Из (10,а) следует, что в отличие от (9), средняя мощность $\langle P_N \rangle$ возрастает существенно круче при уменьшении временных масштабов. Именно поэтому, в отличие от классического шума, микрошум виртуальных частиц неуничтожим. Поскольку соотношение (10,б): $\langle \Delta E_N \rangle \cdot \langle \Delta t_N \rangle = H_N$ есть не что иное, как *соотношение неопределенности* Гейзенберга [11] (здесь $\Delta E_N=E_N$, а $\langle \Delta t_N \rangle = 1/\Delta\nu_N$), поэтому можно определенно утверждать, что микрошум является подпороговым и для него $H_N \approx h/2$. Вследствие этого виртуальные частицы принципиально являются необнаружимыми (зоны 3 и 4 на рис.3).

Шум в микромире совершенно необходим (его пришлось бы “выдумать” при отсутствии). Поскольку микро-движение информационно определено *только* в опорных точках то для того, чтобы заполнить паузы между ними (не внося информации!) как раз и необходим микрошум, т.е. квантово-механические закономерности *должны* носить статистический характер. Современное знание не дает границы для микрошума в сторону уменьшения пространственно-временных интервалов и его энергия фактически полагается бесконечной; поиск механизмов ее ограничения требует дополнительных

исследований.

Далее, как это обычно принято, используются “круговые” пороговые постоянные: пространственная - $\hbar=b/2\pi$ и временная - $\hbar=h/2\pi$ (\hbar представляет “ b с чертой” также, как \hbar есть “ h с чертой”). Постоянная $\hbar=h\cdot c/2\pi$ используется в дифференциальных уравнениях по координате, тогда как \hbar – в дифференциальных уравнениях по времени.

Пороговое уравнение для шумовых отклонений

Шумовые отклонения периодичны из-за периодичности опорных точек, в которых шум отсутствует. Периодически появляющаяся неопределенность в процессе движения можно описать через плотность вероятности шумовых отклонений – $\Psi(r,t)$.

Один "горб" колебаний $\Psi(r)$ должен соответствовать пространственному пороговому интервалу. С учетом (4,б), уравнение для периодического изменения $\Psi(r)$, будет иметь вид:

$$(\hbar/E_p)^2 \cdot (\partial^2\Psi/\partial r^2) + \Psi = 0. \quad (11,a)$$

Имея в виду, что во времени пороговые явления количественно должны зависеть от изменений суммарной энергии: $E_t=W+E_k$, периодические колебания $\Psi(t)$ опишем в том же виде:

$$(\hbar/E_t)^2 \cdot (\partial^2\Psi/\partial t^2) + \Psi = 0, \quad (11,б)$$

Вычтя (11,б) из (11,а) получим каноническое волновое уравнение:

$$(\hbar/E_p)^2 \cdot (\partial^2\Psi/\partial r^2) - (\hbar/E_t)^2 \cdot (\partial^2\Psi/\partial t^2) = 0. \quad (11,в)$$

Оно описывает движение лишь *старшей гармоники широкополосного* [5] волнового пакета $\Psi(r,t)$, движущейся с *фазовой* скоростью $v=c\cdot E_k/E_p$ (3,б).

Посмотрим каким образом из (11) получаются известные уравнения для Ψ -волны. Используя соотношение $E_p^2 \approx 2E_m \cdot E_k$, следующее из (1,в), найдем нерелятивистскую форму (11,а):

$$(\hbar^2/2E_m) \cdot (\partial^2\Psi/\partial r^2) + E_k \cdot \Psi = 0 \quad (12,a)$$

или

$$(\hbar^2/2E_m) \cdot (\partial^2\Psi/\partial r^2) + (E_k+W) \cdot \Psi - W \cdot \Psi = 0. \quad (12,б)$$

Уравнение колебаний (11,б) эквивалентно следующему комплексному уравнению в первых производных:

$$(\hbar/E_t) \cdot (\partial\Psi/\partial t) + i \cdot \Psi = 0, \quad (13)$$

здесь i – мнимая единица. В среднем члене (12,б) в скобках находится E_t ; взяв $E_t \cdot \Psi$ из (13), получим:

$$(\hbar^2/2E_m) \cdot (\partial^2\Psi/\partial r^2) - (\hbar/i) \cdot (\partial \Psi/\partial t) - W \cdot \Psi = 0, \quad (14)$$

т.е. уравнение Шредингера.

Приведем теперь (11) к уравнению Клейна-Гордона (для простоты положим $W=0$). Раскроем E_p^2 в (11,а) как $(E^2 - E_m^2)$:

$$\hbar^2 \cdot (\partial^2\Psi/\partial r^2) + (E^2 - E_m^2) \cdot \Psi = 0. \quad (15,a)$$

Поскольку для волны де’Бройля [6] производные по ‘ t ’ связаны с *полной*

релятивистской энергией, то в (11,б) следует заменить E_t на E , что дает:

$$E^2 \cdot \Psi = -\hbar^2 \cdot (\partial^2 \Psi / \partial t^2); \quad (15,б)$$

тогда при подстановке $E^2 \cdot \Psi$ в (15,а) получаем уравнение Клейна-Гордона:

$$(\hbar^2 / \Psi) \cdot (\partial^2 \Psi / \partial r^2) - (\hbar^2 / \Psi) \cdot (\partial^2 \Psi / \partial t^2) - E_m^2 = 0. \quad (16)$$

Посмотрим теперь, чем же отличаются рассматриваемые уравнения. Приравняв выражения для Ψ , следующие из (11,б) и (13), можно заменить первую производную по времени в (15) на вторую и привести уравнение Шредингера (при $W=0$) к следующему виду:

$$[\hbar^2 / (E_p^2 - E_k^2)] \cdot (\partial^2 \Psi / \partial r^2) - (\hbar^2 / E_k^2) \cdot (\partial^2 \Psi / \partial t^2) = 0. \quad (17,а)$$

Поделив (11,а) на E_p^2 и выразив Ψ из (15,а) приведем уравнение Клейна-Гордона к аналогичному виду:

$$(\hbar^2 / E_p^2) \cdot (\partial^2 \Psi / \partial r^2) - (\hbar^2 / (E_k + E_m)^2) \cdot (\partial^2 \Psi / \partial t^2) = 0. \quad (17,б)$$

Разница наглядно видна из сравнения (17,а,б) с (11,в): в уравнении Шредингера достаточно странно выглядит пространственный параметр, а в уравнении Клейна-Гордона во временной параметр дополнительно входит E_m . Стационарное уравнение (11,а) совпадает со стационарной формой уравнения Клейна-Гордона, что следует из левого слагаемого (17,б).

Из правых слагаемых (17,а,б) нетрудно видеть, что уравнения Шредингера и Клейна-Гордона приводят к разному периоду (разной частоте) колебаний Ψ -волны в диапазоне скоростей частиц до $0,1 \div 0,4c$, где уравнение Шредингера имеет еще сравнительно малую релятивистскую погрешность (рис.1,б). Например, в потенциальном “ящике с жесткими стенками” при скорости $V \ll c$ из уравнения Шредингера следует $\delta t = \hbar / (m \cdot V^2 / 2)$, тогда как из уравнения Клейна-Гордона получаем: $\delta t = \hbar / (m \cdot c^2)$, последнее приводит к резкому росту фазовой скорости Ψ -волны при $V \rightarrow 0$. Зависимости фазовой скорости Ψ -волны от энергии “свободной” частицы для уравнений Шредингера [6], Клейна-Гордона [7] и для уравнения (11) показаны на рис.1,в. Толстой линией показана та же зависимость для скорости частицы (групповой скорости пакета гармоник). Как видим, уравнение (11) дает промежуточное решение в области малого релятивизма, где уравнения Шредингера и Клейна-Гордона сильно расходятся по частоте колебаний Ψ -волны, а в нерелятивистской области оно совпадает с уравнением Шредингера.

В уравнении Клейна-Гордона зависимость частоты колебаний Ψ -волны как от кинетической энергии, так и от массы частицы обусловлена релятивистской формой функции Лагранжа, определяющей действие [12,13]:

$$\Lambda = -m \cdot c^2 \sqrt{1 - V^2 / c^2} \approx -m \cdot c^2 + m \cdot c^2 \cdot (V^2 / 2c^2), \quad (18)$$

здесь W для простоты полагается равной нулю. Обоснованием (18) является только само уравнение поскольку “...лагранжиан определен с точностью до коэффициентов, которые выбираются таким образом, чтобы формулы ... приводили к уравнениям Клейна-Гордона” [14]. В результате, уравнение (18) есть, пожалуй, единственная релятивистская формула, которая, сама *не переходит* к нерелятивистскому виду при $V \ll c$ (это видно из выражения справа).

Для перехода к нерелятивистской форме: $\Lambda = m \cdot V^2/2$ обычно предлагается производить “сдвиг начала отсчета энергии” в нерелятивистской области или, проще говоря, исключать из (18) левое слагаемое ($-m \cdot c^2$) “руками”. Резонно задать вопрос: а при какой энергии или скорости это делать? Тем более, что отбрасывание E_m при любых скоростях приводит к скачкообразному изменению параметров Ψ -волны! Очевидно, что лагранжиан можно выбирать не только “с точностью до коэффициентов”, но и с точностью до постоянных слагаемых, поскольку на реализацию принципа наименьшего действия наличие или отсутствие константы в (18) никак не влияет. Для представленного порогового волнового уравнения (11) E_m изначально исключена из левой части (18):

$$\Lambda_m = -m \cdot c^2 (\sqrt{1 - V^2/c^2} - 1) \approx m \cdot c^2 \cdot (V^2/2c^2). \quad (19)$$

Различие на E_m в (18) и (19) появилось не только и не столько потому, что (математический) формализм это допускает. Дело в том, что оно физически соответствует высказанному предположению, что пороговое ограничение в динамике вызывается (достаточно коротким) дисбалансом кинетической и потенциальной энергий.

Уравнение (11) получается не из условия классического баланса энергий $\Delta W + \Delta E_k = 0$, который обычно является отправной точкой при получении уравнений Шредингера и Клейна-Гордона. Оно предназначено именно для описания краткого по времени дисбаланса W и E_k , при котором изменения E_k не успевают отслеживать изменений W . Именно в этих интервалах появляется неопределенность классического движения, имеющая случайный характер.

Уравнения Шредингера и Клейна-Гордона обычно “выводятся” путем замены энергии и импульса на дифференциальные операторы. Эта процедура физически формальна и, как и сами уравнения, фактически постулируется. Уравнение (11), в отличие от этого, является простым физическим следствием существования порога восприятия потенциального барьера в микромире и оно сравнительно просто выводится, а не получается путем использования формальных математических процедур. Оно, как уже было сказано, дает абсолютно те же решения в стационарных случаях, что и уравнение Клейна-Гордона. Различие с возникает только в частоте колебаний Ψ -волны, поэтому установить правильность или ошибочность (11) можно либо путем прямых измерений частоты колебаний Ψ -волны при энергиях $E = 1,1 \div 1,4 E_m$ – рис.1,в, либо в тех немногих случаях, когда именно частота Ψ -волны оказывает прямое влияние на наблюдаемые характеристики микро-процессов.

Заключение

Пороговое соотношение образует *сочетание* конечности энергии и быстродействия ($\delta E \cdot \delta t$) при восприятии сигнала. Информационный порог имеют как классические, так и квантовые явления, хотя физические механизмы восприятия микро и макро-сигналов достаточно различны [1]. Если для макро-

приемника существует понятие минимальной длительности воспринимаемого входного сигнала потому, что высокочастотная часть энергии сигнала фильтруется инертным входом приемника, то в микромире энергия всегда *воспринимается целиком*, но происходит это с некоторой задержкой, вызванной все той же инерционностью.

Из наличия порога следует, что при микро-движении имеются периодически повторяющиеся опорные точки различимости классического упорядоченного движения. Между опорными точками присутствует шум, т.е. значительная неопределенность, не несущая информации о движении.

Известное статистическое *соотношение неопределенности* близко понятию порога и часто используется именно в этом смысле (например, когда из него “выводят” радиус первой орбиты атома водорода). Микрошум действительно порождает размытость, но он не может иметь *постоянной* составляющей. *Неопределимость* же связана с параметром *площади* сигнала, которая и *вносит* постоянную составляющую в шум. Например: *двуполярный* короткий сигнал (или узкий потенциальный барьер – рис.2,в) не регистрируется, хотя обе его части (сигнал нарастания и сигнал спада потенциала) могут быть обнаружены по отдельности. Микрошум может порождать случайные исходы событий, в этом отношении он ничем не отличается от классического шума.

Существующие между опорными точками шумовые отклонения могут быть описаны в динамике с помощью канонического волнового уравнения с пороговыми интервалами δr и δt в качестве масштабных величин.

Помимо порогового ограничения обязательно должно существовать и предельное ограничение – R (на линейную плотность энергии – рис.3). Наличие пороговых и предельных ограничений говорит о том, что мир реальных упорядоченных процессов является ограниченным [5].

Приложение

Условие стабильности волнового пакета. Принято считать, что для любой гармоники волнового пакета, частотой ν_g , справедливы те же самые соотношения: $[E_k]_g = h \cdot \nu_g$ и $[E_p]_g = h \cdot c / \nu_g$, что и для его старшей гармоники. Это совсем не обязательно, поскольку физически нет ни энергий: $[E_k]_g < E_k$, ни импульсов: $[E_p]_g < E_p$, меньших реальной энергии и импульса частицы.

Тем не менее, фазовая скорость любой нижней гармоники *единого пакета* вычисляется по той же формуле: $v = ([E_k]_g / [E_p]_g) \cdot c$ (3,б), что и для его старшей гармоники. Отсюда следует, что фазовая скорость любой гармоники пакета описывается одними и теми же кривыми '1' или '2', построенными на рис.1,в. Тогда, поскольку зависимость $v(E)$ нелинейна, то волновой пакет *должен* иметь дисперсию и расплываться достаточно быстро, т.е. степень неопределенности в процессе движения резко и *беспредельно* нарастает. Это противоречит опыту: если произвести измерение импульса и времени появления частицы в достаточно малой пространственной области, то в пределах аппаратной погрешности (куда входит и приборное соотношение неопределенности) можно предсказать момент появления частицы на достаточно большом удалении от области определения (начальных) условий движения. Результаты будут значительно точнее, если произвести *серию* последовательных измерений.

Заметим, что волновой пакет не будет иметь дисперсии, если предположить, что фазовые скорости его гармоник (от ν_{\max} до нуля частоты) *лежат на касательной* для каждой точки кривой $v(E)$, см. наклонный пунктир на рис.1,в, где:

$$\Delta \nu_g = \Delta E_g \cdot (dv/dE) = \Delta E_g \cdot c \cdot E_m \cdot E_k / E_p^3, \quad (20)$$

здесь $\Delta E_g = h \cdot \Delta \nu_g$ – формальный сдвиг по энергии в функции $v(E)$ на рис.1,в, а по сути – сдвиг по частоте вниз от ν_{\max} в зависимости $v(\nu)$.

Литература

1. И.С.Гоноровский. Радиотехнические цепи и сигналы. М.: Радио и Связь, 1986.
2. С.Г.Басиладзе. Сигнал, данные и информация в физических измерениях. Физика Элементарных Частиц и Атомного Ядра, 2000, том 31, вып.3.
3. С.Г.Басиладзе. Пороговые и предельные информационные соотношения для сигналов, Препринт НИИЯФ МГУ-2004-20/759, Москва 2004.
4. С.Г.Басиладзе. Пороговые ограничения, вносимые приемником в тракт передачи сигналов, Препринт НИИЯФ МГУ-2006-4/801, Москва 2006.
5. С.Г.Басиладзе. Пороговые и предельные информационные ограничения в динамике микромира, Препринт НИИЯФ МГУ-2007-13/834, Москва 2007.
6. А.Бейзер. Основные представления современной физики. М.: Атомиздат 1973.
7. А.А.Соколов, И.М.Тернов, В.Ч.Жуковский. Квантовая механика. М.: Наука, 1979.
8. H.Nyquist. Thermal agitation of electric charge in conductors. Phys.Rev., 1928, V.32 No 1. P.110-113.
9. Р.Фейнман, Р.Лейтон, М.Сэндс. Фейнмановские лекции по физике, т.8. М.: Мир 1966, с.49.
10. Физика микромира, Маленькая энциклопедия п/р Д.В.Ширкова. М.: Советская энциклопедия 1980.
11. Л. де'Бройль. Соотношения неопределенностей Гейзенберга. М.: Мир 1986.
12. Р.Фейнман, Р.Лейтон, М.Сэндс. Фейнмановские лекции по физике, т.6. М.: Мир 1966, с.94.
13. И.В.Савельев. Основы теоретической физики, Т.1. М.: Наука 1991.
14. Н.Н.Боголюбов, Д.В.Ширков, Введение в теорию квантованных полей, Наука М.1964 , п.3.1.

Басиладзе Сергей Геннадьевич

Пороговое волновое уравнение динамики в микромире

Препринт НИИЯФ МГУ – 2007-14/835

Работа поступила в ОНТИ 14.12.2007 г.